

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# **DIPLOMSKI RAD**

**Josip Halasz**

Zagreb, 2012.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# **DIPLOMSKI RAD**

Mentor:

Prof. dr. sc. Vedran Žanić

Student:

Josip Halasz

Zagreb, 2012.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći stečena znanja tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem mom mentoru, profesoru Vedranu Žaniću, na ukazanom povjerenju, usmjeravanju u izradi rada i vjerovanju u pozitivan ishod.

Hvala dr.sc. Peri Prebegu na pomoći i praćenju izrade rada te angažmanu oko drugih dijelova modula neophodnih za izradu ovog rada.

Hvala dr.sc. Frani Majiću na pomoći i konzultacijama.

Hvala dr.sc. Dubravku Matijaševiću na pomoći oko verifikacije rezultata.

Hvala profesoru Slobodanu Jankoviću na nesebičnoj pomoći u rješavanju mnogih stručnih problema tokom izrade rada. I konačno, predlaganju u radu korištene metode.

Hvala svim profesorima i asistentima koji su mi prenijeli znanje i želju za znanjem.

Hvala društvu sa stola na uglu.

Hvala mojoj obitelji na finom odgoju i uvijek spremnoj pomoći.

A najviše hvala mojoj ženi Maji. Na ljubavi, podršci i glasu razuma. I što nisam ispao neozbiljan i diplomirao a da se nisam prije oženio.

Josip Halasz



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
**FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE**  
Središnje povjerenstvo za završne i diplomске ispite  
Povjerenstvo za završne i diplomске ispite studija zrakoplovstva



Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa:	
Ur.broj:	

## DIPLOMSKI ZADATAK

Student: **Josip Halasz** Mat. br.: 2405146308

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Unaprjeđenje programskog modula za analizu pri konceptualnom projektiranju nadzvučnog poslovnog zrakoplova**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Improvement of program modules for the conceptual design analysis of the of supersonic business jet**

Opis zadatka:

Na osnovi prije provedenih radova, u okviru kojih su ustanovljeni nedostaci u implementaciji postojećeg programskog modula za analizu nadzvučnog poslovnog zrakoplova pri konceptualnom projektiranju potrebno je implementirati odabranu metodu koja omogućuje proračun distribucije uzgona krila čije tetive se nalaze pod različitim napadnim kutevima. Definirati ulazni i izlazni blok metode, s time da se ulazne i izlazne veličine novo implementiranog podmodula prikladno povežu s ostalim podmodulima (struktura, performanse).

Zadatak će obuhvatiti:

1. Prikaz glavnih karakteristika postojećeg modula te opis uočenih nedostataka
2. Prikaz glavnih karakteristika u literaturi dostupnih metoda pogodnih za proračun (pri konceptualnom projektiranju) aerodinamičkih karakteristika krila u nadzvučnom strujanju
3. Opis odabrane metode
4. Implementaciju odabrane metode korištenjem MATLAB-a
5. Usporedbu rješenja dobivenih implementiranom metodom s dostupnim rješenjem iz literature
6. Integraciju implementirane metode u programski modul za analizu pri konceptualnom projektiranju nadzvučnog poslovnog zrakoplova
7. Izradu izvještaja o obavljenom radu

Literatura:

- [1] Agte JS., Sobieszcanski-Sobieski J, Sandusky RR (1999) Supersonic Business Jet Design Through Bi-Level Integrated System Synthesis, 1999 World Aviation Conference, San Francisco, CA, 1999-01-5622.  
[2] Carlson, Harry W.; and Middleton, Wilbur D.: A Numerical Method for the Design of Camber Surfaces of Supersonic Wings With Arbitrary Planforms. NASA Technical Note D-2341, June 1964.  
[3] Thomas C. Corke, Design of Aircraft, Pearson Education, Inc., Prentice Hall, Upper Saddle River, 2003.

Zadatak zadan:

26. travnja 2012.


Rok predaje rada:

28. lipnja 2012.

Predviđeni datumi obrane:

4., 5. i 6. srpnja 2012.

Zadatak zadao:

  
Prof. dr. sc. Vedran Žanić

Predsjednik Povjerenstva:

  
Prof. dr. sc. Ivica Smojver

## SADRŽAJ

SADRŽAJ .....	I
POPIS SLIKA .....	II
POPIS TABLICA.....	III
POPIS OZNAKA .....	IV
SAŽETAK.....	VI
1. UVOD.....	1
1.1. Osnovni pojmovi.....	2
1.2. Optimizacija aeroelastičnog modela zrakoplova .....	4
2. POSTOJEĆI MODUL ZA KONCEPTUALNO PROJEKTIRANJE NADZVUČNOG POSLOVNOG ZRAKOPLOVA .....	6
2.1. Aerodinamički modul .....	8
2.2. Analiza aerodinamičkog modula i interakcije između modula aerodinamike i konstrukcije.....	10
3. NOVI AERODINAMIČKI MODUL .....	13
3.1. Pregled mogućih metoda za aerodinamički proračun .....	13
3.2. Odabrana metoda za aerodinamički proračun.....	14
3.3. Implementacija metode .....	22
3.3.1. Proračun koeficijenta otpora krila i distribucije uzgona .....	25
3.3.1.1. Definiranje tlocrtne geometrije krila.....	27
3.3.1.2. Definiranje napadnog kuta po rasponu krila.....	28
3.3.1.3. Definiranje profila.....	29
3.3.1.4. Izračun koeficijenata tlaka .....	29
3.4. Verifikacija novog aerodinamičkog modula.....	31
3.4.1. Distribucija tlaka subsoničnog delta krila, profila ploče.....	35
3.4.2. Distribucija tlaka supersoničnog delta krila, profila ploče .....	36
3.4.3. Usporedba koeficijenata uzgona .....	39
3.4.4. Usporedba koeficijenta otpora za krilo realne debljine .....	41
4. INTEGRACIJA AERODINAMIČKOG I KONSTRUKCIJSKOG MODULA .....	43
4.1. Analiza računalne zahtjevnosti novog aerodinamičkog modula.....	47
5. ZAKLJUČAK.....	49
PRILOZI.....	51
LITERATURA.....	52

## POPIS SLIKA

Slika 1.1.	Projektirani oblik jedrilice; u nacrtu je linija ramenjače ravna .....	1
Slika 1.2.	Savijanje iznimno vitkog krila pod opterećenjem .....	2
Slika 2.1.	Uvijanje zbog modela savijanja [1] .....	7
Slika 2.2.	Aerodinamički model ravnotežnog leta. ....	8
Slika 3.1.	Površina $S$ označava područje integracije. [5] .....	15
Slika 3.2.	Koordinatni sustav za određivanje površine krila koja ima utjecaj na točku $(x,y)$ .....	16
Slika 3.3.	Numeričko predstavljanje faktora utjecaja $\bar{R}$ (funkcija $\bar{R}$ ). [5] .....	17
Slika 3.4.	Primjer geometrije elemenata rešetke za delta krilo .....	19
Slika 3.5.	Dijagram toka aerodinamičkog modula .....	23
Slika 3.6.	dijagram toka funkcije funCalcCoef.m .....	26
Slika 3.7.	Definicija tipa krila prema kutu strijele i kutu Machovog konusa .....	31
Slika 3.8.	Distribucija tlaka supersoničnog krila. [8] .....	33
Slika 3.9.	Distribucija tlaka subsoničnog krila. [8] .....	34
Slika 3.10.	Distribucija tlaka po rasponu krila za tri $x/c_r$ vrijednosti za subsonično krilo .....	36
Slika 3.11.	Distribucija tlaka po rasponu krila za tri $x/c_r$ vrijednosti za supersonično krilo .....	38
Slika 3.12.	Smanjene oscilacije koeficijenta tlaka pri velikom broju elemenata .....	39
Slika 3.13.	Ovisnost gradijenta koeficijenta uzgona po napadnom kutu o vrijednosti $m$ .....	40
Slika 3.14.	Romboidni profil pod napadnim kutom. [8] .....	41
Slika 4.1.	Dijagram interakcija proračunskih modula .....	43

**POPIS TABLICA**

Tablica 3.1.	Usporedba koeficijenata otpora pravokutnog krila velike vitkosti i profila	42
Tablica 4.1.	Dva seta varijabli za integraciju modula .....	45
Tablica 4.2.	Rezultati za prvi set varijabli, $\Lambda_{LE}=30^\circ$ .....	46
Tablica 4.3.	Rezultati za drugi set varijabli, $\Lambda_{LE}=40^\circ$ .....	47
Tablica 4.4.	Vrijeme računanja aerodinamičkog i konstrukcijskog modula .....	47

## POPIS OZNAKA

Napomena: Budući da je zadatak ovog rada unaprijeđenje postojećeg programskog modula, tj. jednog njegovog dijela, a koji koristi anglosaksonski sustav jedinica, zaključeno je kako je najprikladnije zadržati isti sustav jedinica. Posebno stoga što se većina proračuna vrši na razini bezdimenzijskih koordinatnih sustava, veličina i koeficijenata.

Oznaka	Jedinica	Opis
$A, A^*$	-	težinski faktor
$AR$	-	vitkost noseće površine
$B, B^*$	-	težinski faktor
$c$	ft	tetiva noseće površine
$c_r$	ft	korijena tetiva noseće površine
$c_t$	ft	vršna tetiva noseće površine
$C, C^*$	-	težinski faktor
$C_D$	-	koeficijent otpora
$C_L$	-	koeficijent uzgona
$C_M$	-	koeficijent momenta
$C_p$	-	koeficijent tlaka
$C_{pl}$	-	koeficijent tlaka na donjaci noseće površine (engl. lower)
$C_{pu}$	-	koeficijent tlaka na gornjaci noseće površine (engl. upper)
$\Delta C_p$	-	diferencijalni koeficijent tlaka
$d$	ft	udaljenost centra uzgona noseće površine od težišta zrakoplova
$D$	lb	sila otpora
$GF$	-	faktor gustoće mreže (engl. grid factor)
$H$	ft	visina leta
$L$	lb	sila uzgona
$M$	lb·ft	moment
$Ma$	-	Machov broj
$S_{HT}$	ft <sup>2</sup>	površina horizontalnog stabilizatora
$S_{REF}$	ft <sup>2</sup>	referentna površina krila
$t/c$	-	relativna debljina aeroprofila
$W_{A/C}, W_T$	lb	ukupna masa zrakoplova
$\alpha$	°	napadni kut
$\beta$	-	faktor
$\delta$	°	kut poluotvora romboidnog profila



---

$\eta_H$	-	koeficijent gubitka dinamičkog tlaka na horiz. stabilizatoru
$\lambda$	-	suženje noseće površine
$\Lambda$	°	kut strijele noseće površine
$\mu$	°	kut poluotvora Machovog konusa

**indeksi**

CG	koji se odnosi na težište zrakoplova
W	koji se odnosi na krilo
HT	koji se odnosi na horizontalni stabilizator
T	ukupni
0	vrijednosti „prije uvijanja“
1	vrijednosti „poslije uvijanja“

## SAŽETAK

Analizirajući rad aerodinamičkog modula unutar programskog modula za analizu pri konceptualnom projektiranju nadzvuknog poslovnog zrakoplova opisanog u [1], kao predmet seminara [2] autora ovog rada, uočeni su mnogi nedostaci i nelogičnosti. U poglavlju 2 dan je opis modula i njegovih karakteristika te pregled uočenih nedostataka.

Zadatak ovog diplomskog rada izrada je novog aerodinamičkog modula koji će ispraviti uočene nedostatke postojećeg modula, a koji će biti pogodan za ranu fazu projektiranja zrakoplova i neće bitno odskakati od ostalih dijelova sveukupnog modula po računalnoj zahtjevnosti.

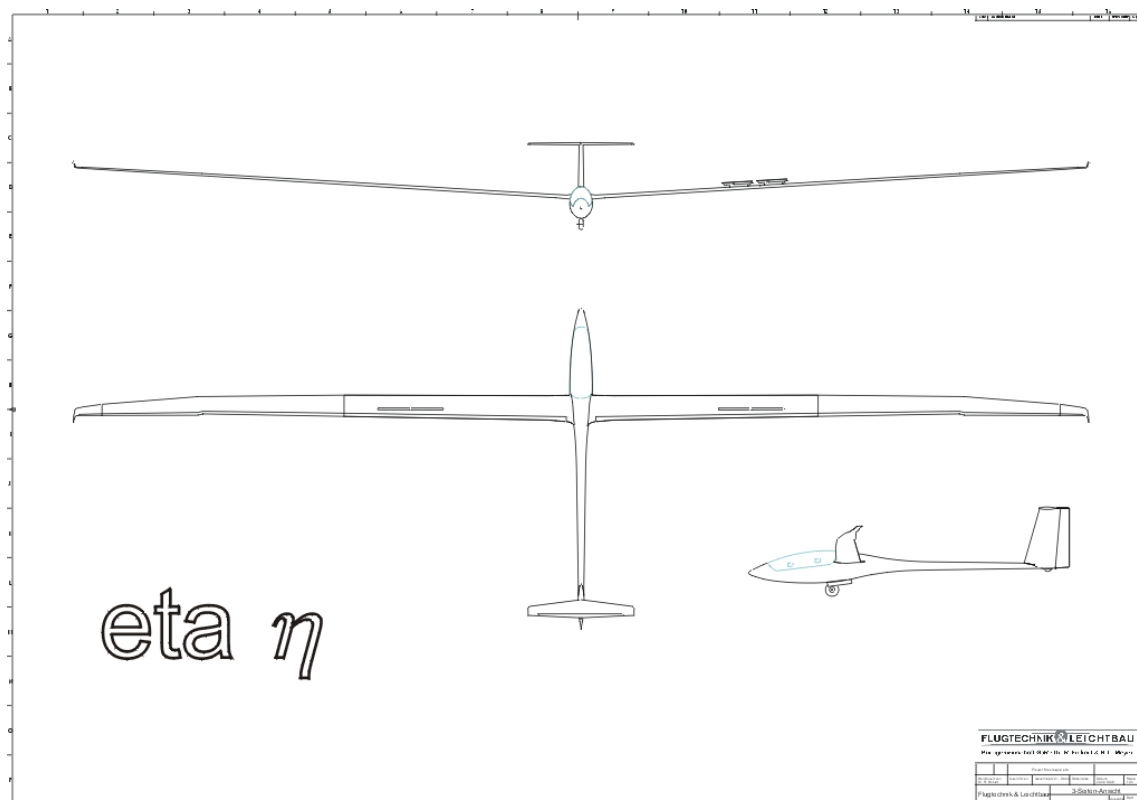
Budući da je bilo potrebno računati aerodinamičke karakteristike krila složene geometrije (trapeznog oblika i promjenjivog kuta uvijanja) odabrana se metoda, prikazana u [5], pokazala najpogodnijom. Ona, kako je prezentirano, može raditi s krilom proizvoljnog oblika i proizvoljne zakrivljenosti ali nulte debljine. Uvažavajući rezultate linearne teorije krila na kojoj se metoda zasniva, u ovom radu ona je ponešto drukčije primijenjena kako bi mogla prihvatiti i krilo konačne debljine. To je učinjeno tako da je posebno definirana geometrija plohe gornjake krila, a posebno donjake. Za njih su posebno izračunati aerodinamički koeficijenti te su onda objedinjeni u ukupno rješenje. Ovaj rad se ograničio na krilo romboidnog profila kao često korištenog i, zaključeno je, pogodnog za razmatranje u ovoj fazi projektiranja. Pregled svih zahtjeva postavljenih pred metodu detaljnije je dan u poglavlju 3.1.

U radu je detaljno prikazana korištena metoda i opisana njena implementacija u novom modulu te njene mogućnosti i ograničenja. Isto tako verificirani su dobiveni rezultati te je prikazana integracija novog modula s konstrukcijskim modulom. Opis metode, njene implementacije te verifikacija dobivenih rezultata dani su u poglavlju 3.

Integracija modula aerodinamike i konstrukcije prikazana je u poglavlju 4.

## 1. UVOD

Tijelo zrakoplova izrazit je primjer konstrukcije koja je potpuno podređena dvama uvjetima – dovoljnoj čvrstoći i što manjoj masi. S obzirom na uvijek prisutni zahtjev da masa svakog dijela konstrukcije zrakoplova bude što manja, njihova krutost često nije velika i ti se dijelovi pod opterećenjem više ili manje izobličuju (deformiraju) u odnosu na projektirani oblik (engl. jig shape, Slika 1.1).



**Slika 1.1. Projektirani oblik jedrilice; u nacrtu je linija ramenjače ravna**

Deformacije mogu nastati zbog djelovanja sila i/ ili zbog djelovanja momenata. Neke od tih deformacija razmjerno su male i nemaju efekta na aerodinamičko ponašanje zrakoplova pa se u tom smislu mogu i zanemariti, dok su neke deformacije znatno veće, ponekad čak i nevjerojatno velike i njihov utjecaj na aerodinamičko ponašanje zrakoplova nije zanemariv. Primjer izrazito velikih deformacija je aerodinamički opterećeno krilo jako velike vitkosti (Slika 1.2 desno).



**Slika 1.2. Savijanje iznimno vitkog krila pod opterećenjem**  
**lijevo: nadolje od vlastite težine; desno: prema gore od aerodinamičkog opterećenja**

Iako su ove deformacije uočljivo velike, njihov utjecaj na aerodinamičko ponašanje zrakoplova ne mora biti pretjerano velik. S druge strane deformacije neke druge vrste, primjerice one uslijed kojih se mijenja napadni kut duž krila, tj. krilo se uvija, iako slabije uočljive mogu dovesti do velikih promjena u aerodinamičkom ponašanju zrakoplova.

## **1.1. Osnovni pojmovi**

### **Aeroelastičnost**

Aeroelastičnost je područje znanosti koje proučava međudjelovanje između inercijalnih, elastičnih i aerodinamičkih sila. Prvi ju je definirao Arthur Roderick Collar, 1947. godine kao: „Proučavanje i primjena u projektiranju međusobnih interakcija unutar trokuta inercijalnih, elastičnih i aerodinamičkih sila koje djeluju na određeni dio konstrukcije koji se nalazi u struji zraka.“

### **Statička aeroelastičnost**

Pojam statičke aeroelastičnosti podrazumijeva sagledavanje modela zrakoplova kao tijela koje u reakciji sa zrakom proizvodi aerodinamički efekt, tj. aerodinamičku reakciju, a pod utjecajem te iste reakcije dolazi do opterećenja i elastičnog deformiranja tijela zrakoplova. Dakle u neku ruku to je automatski interdisciplinarno promatranje koje uključuje područje aerodinamike i područje mehaničkog ponašanja konstrukcije zrakoplova, njegove čvrstoće i krutosti.

Kada govorimo o statičkoj aeroelastičnosti znači da se ograničavamo na pojave koje su stacionarnog tipa tako da se ograđujemo od inercijskih i disipacijskih opterećenja uzrokovanih bilo kakvim trenutnim poremećajima, tranzijentnim stanjima ili oscilatornim pojavama.

Tako nam, primjerice, statička aeroelastičnost ne može poslužiti za opisivanje pojava prilikom turbulencije, ali može opisati ponašanje zrakoplova pri koordiniranim zaokretima, dakle pri povećanim  $g$  opterećenjima.

Postoje neke značajne realne pojave na zrakoplovima koje se ne mogu opisati modelom krutoga zrakoplova. To su prvenstveno divergencija i obrnuće komandi (engl. *control reversal*). Za njihovo opisivanje potrebno je model zrakoplova smatrati deformabilnim tako da se njihovo rješavanje radi upravo aeroelastičnim modelom zrakoplova.

I u regulativi nadležnoj za certifikaciju (CS 25.629) zrakoplova traži se da se provede evaluacija pojava divergencije, *control reversal*-a i mogućeg neželjenog gubitka stabilnosti i upravljivosti kao posljedice deformacije konstrukcije.

## **Divergencija**

Kod krila može postojati pojava da uslijed aerodinamičkog opterećenja krila dolazi do takvog uvijanja krila uslijed kojeg se povećava aerodinamičko opterećenje. Za ovo sada još veće aerodinamičko opterećenje krilo će se još malo uvinuti. Ukoliko se zrakoplov nalazi u području prihvatljivih brzina taj moment uvijanja od aerodinamičkih sila izjednačit će se s momentom kojeg uslijed uvijanja stvara konstrukcija krila sa svojom krutošću na uvijanje. Divergencija je pojava do koje dolazi kada je odnos krutosti krila na uvijanje i brzine zrakoplova (dinamičkog tlaka) takav da je uslijed uvijanja krila povećanje aerodinamičkog momenta uvijanja veće od povećanja suprotstavljenog momenta od konstrukcije krila. To dovodi do sve većeg povećanja kuta uvijanja krila i konačno do loma konstrukcije.

## ***Control Reversal***

Obrnuće komandi (engl. *control reversal*) je pojava koja označava gubitak upravljivosti, točnije pojavu suprotnih reakcija zrakoplova od komandiranih. Kao i kod divergencije, do ove pojave će za zadane parametre krila (aerodinamičke i konstrukcijske) doći pri nekoj brzini

odnosno dinamičkom tlaku. Ovu pojavu najlakše je objasniti na nekom konkretnom slučaju. Uzmimo za to, primjerice, krilce (engl. *aileron*) na desnome krilu. Ukoliko želimo povećati kut valjanja zrakoplova u lijevo, moramo povećati uzgon na desnom krilu. To ćemo postići zakretanjem krilca na desnom krilu prema dolje. Uslijed tog zakreta krilca doći će do povećanja uzgona. Također će taj otklon dovesti i do povećanja aerodinamičkog momenta koji želi uvinuti krilo u smislu smanjenja napadnog kuta. Uvijanju će se suprotstavljati konstrukcija krila sa svojom krutošću na uvijanje. Aerodinamički efekt će rasti s povećanjem dinamičkog tlaka i u jednom trenutku će doći do stanja kada će povećanje uzgona zbog otklona krilca biti poništeno smanjenjem uzgona uslijed dovoljno smanjenih napadnih kutova dijelova krila uslijed spomenutog uvijanja. To je trenutak kada se potpuno gubi učinkovitost upravljačke površine. Pri još većim dinamičkim tlakovima doći će do *control reversal*-a. Tada je aerodinamički moment na uvijanje toliko velik da dovodi do smanjenja uzgona uslijed uvijanja krila većeg nego što je njegovo povećanje uslijed otklona upravljačke površine. Dakle umjesto da dobijemo veći uzgon, dobit ćemo manji, tj. ako damo komandu povećanja nagiba ulijevo dobit ćemo povećanje nagiba udesno.

Fizikalno isti efekt poželjan je kod upravljačkih površina s pomoćnim aerodinamičkim upravljačkim površinam (engl. *tab*). Pošto upravljačke površine nemaju praktički nikakvu krutost na uvijanje u ležištima oko kojih se zakreću, pri svim brzinama zakretanje *tab*-a u jednu stranu dovodi do značajnog zakretanja upravljačke površine u drugu stranu i povećanja aerodinamičke sile u smjeru suprotnom od onog do kojeg bi došlo da je upravljačka površina nepomična.

## 1.2. Optimizacija aeroelastičnog modela zrakoplova

Interakcija između aerodinamike i konstrukcije sastoji se u osnovi u sljedeća dva efekta. Masa konstrukcije krila utječe na ukupnu masu zrakoplova te i na ukupno potreban uzgon i time na otpor krila. Iznos i distribucija sile uzgona duž raspona krila utječu na opterećenje konstrukcije krila te uvjetuju njenu masu i ukupnu masu zrakoplova a također utječu i na ukupan otpor zrakoplova i to ne na istovjetan način. Masa i otpor zrakoplova najčešće se pojavljuju kao faktori u kriteriju prema kojem se vrši optimizacija. Bio to dolet, potrošnja goriva, vrijeme leta (engl. *endurance*) i sl. Jasno je da će se optimalni projekt naći negdje između projekta minimalne mase i projekta minimalnog otpora. Iz navedene prirode problema

jasno je da u procesu optimizacije mora postojati interakcija između modula aerodinamike i konstrukcije. Primjer ovakve optimizacije dan je u [4].

Dakle, da bi se ostvarila interakcija između modula aerodinamike i konstrukcije nužno je u proračun uključiti i pravilno modelirati utjecaj distribucije uzgona duž raspona, što utječe kako na proračun konstrukcije tako i na proračun otpora.

To je vidljivo iz sljedećeg primjera za podzvučne brzine. Za zadanu težinu odnosno uzgon aerodinamički optimum je rješenje koje daje distribuciju uzgona duž raspona kao što bi bila za eliptično krilo tj. ona koja daje najmanji inducirani otpor. Konstrukcijski optimum daje takvu distribuciju gdje se više uzgona generira bliže korijenu krila kako bi konstrukcijsko opterećenje krila bilo manje tj. konstrukcija imala manju masu. Ukupno optimalno rješenje s aspekta, primjerice, maksimizacije doleta dat će distribuciju uzgona koja se nalazi negdje između ova dva pojedinačna optimuma.

Posredno, u ovoj interakciji javlja se utjecaj uvijanja krila. Pod aerodinamičkim opterećenjem krilo se uvija i time se mijenja to isto opterećenje.

Cilj optimizacije je postići optimalan rad u projektnoj točki koji će proizaći iz optimalne distribucije uzgona koja je posljedica oblika krila u toj točki, tj. oblika aerodinamički opterećenog krila. U toj točki potrebno je poznavati uvijanje krila uslijed opterećenja kako bismo znali potreban oblik neopterećenog krila. Taj neopterećeni oblik naziva se često engl. „jig shape“ što označava oblik kakav krilo ima pri proizvodnji u tvornici.

Dakle, cilj ovog rada je omogućiti korektan izračun aerodinamičkih karakteristika elastičnog krila u dominantnom režimu rada a to je režim krstarenja.

## 2. POSTOJEĆI MODUL ZA KONCEPTUALNO PROJEKTIRANJE NADZVUČNOG POSLOVNOG ZRAKOPLOVA

Sveukupni modul za konceptualno projektiranje nadzvučnog zrakoplova u osnovnim crtama opisan je u [1], iako je ovaj rad više usmjeren na problematiku same optimizacije. Modul se relativno često pojavljuje kao platforma za testiranje i usporedbu raznih modela za optimizaciju zbog svojih karakteristika. Naime, to je modul s velikim brojem varijabli i ograničenja i računalno je vrlo zahtjevan. Sveukupni modul sastoji se od četiri podmodula (u daljnjem tekstu modula). To su:

1. modul propulzije,
2. modul aerodinamike,
3. modul konstrukcije,
4. modul performansi.

Svaki modul na temelju ulaznih veličina računa izlazne veličine. Isto tako određene izlazne veličine jednog modula su ulazne veličine drugog modula. Za dobivanje rješenja jedne analize neophodno je stoga koristi sistemsku analizu, tj. neku od iterativnih metoda.

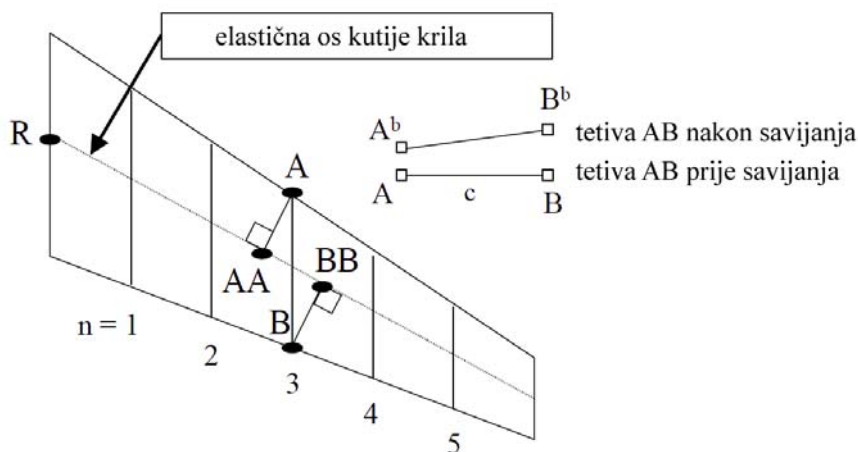
Kako se ne bi dva puta ponavljao, dijagram na kojem je opisana struktura sveukupnog modula za optimizaciju dan je u poglavlju 4 (Slika 4.1). Na njemu se vide pojedini moduli, varijable koje oni koriste te kako izlazne varijable pojedinog modula utječu na druge module. Na dijagramu su crvenom bojom označene one varijable koje u postojećem modulu nisu postojale ili su bile drukčije definirane, a nastale su nakon modifikacija aerodinamičkog modula. Varijabla  $[q]$  označava novodefiniranu distribuciju uzgona dok je prije umjesto nje postojala varijabla  $L$  koja je imala vrijednost ukupnog iznosa sile uzgona. Umjesto prijašnje varijable  $twst$  čije objašnjenje je dano u narednom poglavlju sada stoji varijabla  $[\Phi]$  koja sadrži kutove uvijanja konstrukcije krila po rasponu uslijed aerodinamičkog opterećenja. Varijabla  $\lambda_w$  prije nije sudjelovala u aerodinamičkom modulu a varijabla  $\lambda_{HT}$  prije nije uopće postojala.

Detaljan opis konstrukcijskog modula dan je u [1], a na hrvatskom jeziku može se naći u [3]. Ovdje je možda bitno samo napomenuti sljedeće:



Kako bismo učinkovito kontrolirali aeroelastične karakteristike modela krila u obzir se uzima uvijanje i zbog savijanja i zbog uvijanja. Iz poznatih debljina stijenki kao i dimenzija strukture kutije krila određuje se uvijanje uslijed momenta uvijanja,  $\varphi_t$ .

Određivanje uvijanja krila uslijed momenta savijanja strelastog krila postiže se tretiranjem pomaka napadnog i izlaznog ruba tetive ekvivalentnim progibom grede.



Slika 2.1. Uvijanje zbog modela savijanja [1]

Promotrimo Sliku 2.1. gdje tražimo vrijednost pomaka  $(A-A^b)$  i  $(B-B^b)$ . Ovi progibi su proporcionalni udaljenostima  $(R-AA)$  i  $(R-BB)$ . Detaljnije, pomak točke  $A$  je ekvivalentan pomaku točke  $AA$  na gredi, a pomak točke  $B$  je ekvivalentan pomaku točke  $BB$  na gredi. Zbog strijele krila udaljenost  $(R-AA)$  je manja od  $(R-BB)$  tako da je  $(A-A^b) < (B-B^b)$ . Tetiva  $n$ , paralelna sa uzdužnom osi zrakoplova rotira na sljedeći način:

$$\varphi_b = \frac{(B-B^b) - (A-A^b)}{c} \quad (2.1)$$

Ukupno uvijanje krila onda računamo kao zbroj ova dva uvijanja,  $\varphi_b$  i  $\varphi_t$ .

Bitno je naglasiti da u slučajevima velikih kutova strijele prednjeg ruba krila, uvijanje krila uslijed momenta savijanja postaje dominantno.

Kao što je već rečeno, predmet zanimanja ovog rada je aerodinamički modul te njegova modifikacija. U ovom poglavlju dan je opis rada aerodinamičkog modula te njegova analiza. Oznake u opisu modula preuzete su iz [1].

## 2.1. Aerodinamički modul

Postojeći aerodinamički modul zasniva se na dvije osnovne linearne jednadžbe s dvije nepoznanice. One opisuju činjenicu da ukupan uzgon na nosećim površinama (krilo i horizontalni stabilizator) mora biti jednak težini zrakoplova (2.2) i da u ravnotežnom horizontalnom letu nema resultantnog momenta propinjanja. Tj. da je ukupan moment svih sila oko težišta jednak nuli (2.3).

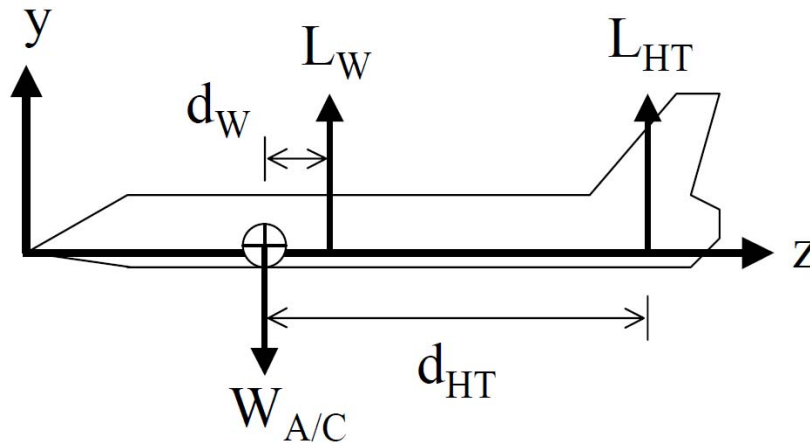
$$L_{W,0} + L_{HT,0} = W_{A/C} = L_{T,0}$$

$$C_{LW,0} q S_{REF} + C_{LHT,0} \eta_H q S_{HT} = L_{T,0} \quad (2.2)$$

$$L_{W,0} d_W + L_{HT,0} d_{HT} = M_{CG} = 0$$

$$C_{LW,0} \bar{d}_W + C_{LHT,0} \eta_H \frac{S_{HT}}{S_{REF}} \bar{d}_{HT} = 0 \quad (2.3)$$

Gdje su  $d_W$  i  $d_{HT}$  udaljenosti hvatišta sila uzgona krila i horizontalnog stabilizatora od težišta zrakoplova (Slika 2.2), a  $\bar{d}_W$  i  $\bar{d}_{HT}$  te udaljenosti normirane sa srednjom aerodinamičkom tetivom zrakoplova.



Slika 2.2. Aerodinamički model ravnotežnog leta.

Za naznačene smjerove sila i položaj težišta, iznos sile  $L_{HT}$  je negativan. [1]

Rješenje ovog sustava jednadžbi daje nam, uz poznatu težinu zrakoplova i geometriju nosećih površina ( $d_W$ ,  $d_{HT}$ ), sile uzgona na krilu i na horizontalnom stabilizatoru. Odnosno

normirano s dinamičkim tlakom i odgovarajućom površinom koeficijente tih sila ( $C_{LW,0}$ ,  $C_{LHT,0}$ ).

Algoritam koji slijedi pokušava uzeti u obzir uvijanje krila (ne i horizontalnog stabilizatora) koje modul dobiva iz modula konstrukcije (*structures module*). To uvijanje (varijabla *twist*) izraženo je veličinom koja ima jedinicu površine [ $\text{ft}^2$ ] i koja pomnožena s dinamičkim tlakom daje silu koja umanjuje silu uzgona. Sada algoritam definira tu novu silu uzgona krila koja je manja od one za neuvijeno krilo.

$$L_{W,1} = L_{W,0} - q \cdot \text{twist}$$

tj.

$$C_{LW,1} = \frac{L_{W,1}}{qS_{REF}} \quad (2.4)$$

Veličine „poslije uvijanja“ označene su, dakle, indeksom 1 dok su vrijednosti „prije uvijanja“ označene indeksom 0.

Nakon toga iz jednadžbe ravnoteže momenata (2.3) slijedi nova sila uzgona horizontalnog stabilizatora koja je manja po apsolutnom iznosu od one *prije uvijanja*.

$$C_{LHT,1} = -\frac{S_{REF}}{S_{HT}} \frac{1}{\eta_H \bar{d}_{HT}} C_{LW,1} \bar{d}_W \quad (2.5)$$

Jasno je da te nove sile uzgona nisu jednake sili težine zrakoplova. Nakon toga je, prema autorima u [1], potrebno ponovno „natrimati“ zrakoplov kako bi bila zadovoljena jednadžba (2.2). Za to je potrebno povećati sile uzgona na krilu i horizontalnom stabilizatoru upravo za onoliko koliko su se iste smanjile od stanja prije do stanja *nakon uvijanja*. Tako se definiraju razlike između sila uzgona *prije* i *poslije uvijanja*.

$$\Delta C_{LW} = C_{LW,0} - C_{LW,1} \quad (2.6)$$

$$\Delta C_{LHT} = C_{LHT,0} - C_{LHT,1} \quad (2.7)$$

Izraz za polaru „prije uvijanja“ dan je uobičajenim izrazom

$$C_D = C_{D,min} + k_W C_{LW,0}^2 + k_{HT} C_{LHT,0}^2 \quad (2.8)$$

Polara za stanje „poslije uvijanja“ modificirana je dodavanjem dodatnog otpora koji je posljedica uvijanja i ponovnog trimanja zrakoplova:

$$C_D = C_{D,\min} + k_W C_{LW,0}^2 + k_{HT} C_{LHT,0}^2 + C_{D,\text{trim}} \quad (2.9)$$

tj.

$$C_D = C_{D,\min} + k_W C_{LW,0}^2 + k_{HT} C_{LHT,0}^2 + k_W \Delta C_{LW}^2 + k_{HT} \Delta C_{LHT}^2 \quad (2.10)$$

Ovakvo rješenje dat će uvijek, u slučaju pretpostavljenog karaktera uvijanja da uslijed njega krilo daje manji uzgon, polaru koja ima veći otpor nakon uvijanja.

To je i ideja autora u [1] da preko *trimanja* koje je posljedica uvijanja uključi efekt elastičnosti konstrukcije u modul aerodinamike i na taj način ostvari interakciju između modula konstrukcije i modula aerodinamike.

## 2.2. Analiza aerodinamičkog modula i interakcije između modula aerodinamike i konstrukcije

Mišljenje je autora ovog rada da se na prethodno objašnjen način ne ostvaruje ispravna interakcija između modula aerodinamike i konstrukcije. Isto tako autor smatra da opisani matematički model aerodinamike nekorektno uzima u obzir uvijanje krila.

Naime, taj model se zasniva na dvije jednačbe s dvije nepoznanice, (2.2) i (2.3). Za zadanu težinu zrakoplova i danu geometriju one daju jednoznačno rješenje koje kaže kolike su sile uzgona na krilu i horizontalnom repu, odnosno koeficijenti tih sila. Drugim riječima, bez obzira kako i koliko se krilo uvija prilikom ostvarivanja uzgona ono će uvijek morati dati isti koeficijent uzgona. Isto vrijedi i za horizontalni stabilizator. U ovoj fazi konceptualnog projektiranja nigdje ne postoji zadatost pri kojim napadnim kutovima je krilo opstrujavano da bi dalo taj koeficijent uzgona. Isto tako nisu definirani odnosi postavnih kutova krila i horizontalnog stabilizatora. Isto tako model ne poznaje otklone upravljačkih površina kojima bi se vršilo bilo kakvo trimanje ili eventualno otklon cijelog horizontalnog stabilizatora u svrhu trimanja što je čest slučaj kod velikih aviona.

Mogli bismo zamisliti zrakoplov na sljedeći način. Trup zrakoplova paralelan je s brzinom opstrujavanja pošto je to očito stanje minimalnog otpora. Za zadane tlocrtne geometrijske karakteristike krila i horizontalnog stabilizatora i njihove potrebne koeficijente uzgona definirane jednačbama (2.2) i (2.3) moramo naći napadne kutove pri kojima ćemo dobiti zadane koeficijente uzgona. Traženje napadnog kuta krila iterativan je proces pošto krilo

smatramo aeroelastičnim te ima promjenjiv napadni kut duž raspona a podatak o aerodinamičkom uvijanju dobivamo iz konstrukcijskog modula.

Aerodinamički modul pokušava „na silu“ uzeti u obzir pojavu uvijanja krila i to isključivo kao negativnu, tj. kao onu koja će dovesti do povećanja otpora. Smatram da općenito povećanje otpora u odnosu na kruto krilo ne mora biti slučaj. Kako mi zapravo želimo optimizirati zrakoplov za jednu projektnu točku, dobar optimizacijski algoritam dati će nam oblik krila u toj točki. Dakle oblik aerodinamički opterećenog krila. A naš cilj je iz oblika opterećenog krila u projektnoj točki dobiti oblik neopterećenog krila, „jig shape“ tj. oblik krila pri konstrukciji u tvornici.

Dakle moguće je u općem slučaju da je uvijeno krilo bolje s aspekta otpora ali i mase konstrukcije uslijed distribucije opterećenja od krutog krila. U slučaju ispravne optimizacije koja, ponavljam, optimira oblik opterećenog krila, takvo krilo će uvijek u projektnoj točki biti bolje od krutog krila.

Ovako pogrešno koncipiran modul aerodinamike dovodi do nekih kontradiktornosti kao što su sljedeće:

Ako pogledamo samo horizontalni stabilizator prema autorima iz [1], njegov inducirani otpor će u „neuvijenom“ stanju iznositi

$$C_D = k_{HT} C_{LHT,0}^2 \quad (2.11)$$

Dok će u „uvijenom“ stanju on iznositi

$$C_D = k_{HT} C_{LHT,0}^2 + k_{HT} \Delta C_{LHT}^2 \quad (2.12)$$

A u oba ta slučaja horizontalni stabilizator će, uvjetovano jednadžbama (2.2) i (2.3), davati isti koeficijent uzgona. Dakle za isti koeficijent uzgona imamo dva koeficijenta otpora.

Druga moguća implikacija ovog programa je sljedeća. U slučaju kada bi se kao posljedica generiranog uzgona na krilu javilo uvijanje uslijed kojeg dolazi do povećanja napadnih kutova sekcija krila duž njegova raspona, tj. kada bi posljedica uvijanja bio još veći uzgon, tada bi ovaj program dao manji koeficijent otpora uvijenog krila u odnosu na neuvijeno krilo. Teško je reći u kojim slučajevima bi do ovakve pojave moglo doći. Vjerojatno u području negativnih kutova strijele krila (*forward swept wing*). No kako program definira određeno područje pozitivne strijele krila, moguće je da su autori utvrdili da unutar raspona te varijable ali i drugih varijabli do takve pojave neće doći.

Iako je prethodno navedeno da će pravilno optimirano uvijeno krilo stvarati manji otpor u projektnoj točki od krutog u istoj, autor ovog rada smatra da gornji efekt nije namjerno modeliran već je neželjena posljedica nekorektnog aerodinamičkog modela.

Ovo rješenje je na tragu mogućeg rješavanja problema ali za zrakoplov kod kojeg su određeni postavni kutovi krila i horizontalnog stabilizatora te se pokušava naći ravnotežno stanje u nekoj točki različitoj od projektne točke. U ovom slučaju projektna točka bila bi ravnotežno stanje za kruti model zrakoplova, a druga točka bi bila ravnotežni let u istim uvjetima istog tog zrakoplova elastične konstrukcije. Ovdje bi zaista moralo doći do trimanja zrakoplova na veći napadni kut kako bi krilo ostvarilo isti koeficijent uzgona kao i kruto krilo. To bi se moralo izvesti otklonom kormila dubine u smislu „nose up“ reakcije. Tako bi se i horizontalni stabilizator našao na većem napadnom kutu ali bi se efekt povećanog napadnog kuta i utjecaja kormila dubine morao poništiti kako bi horizontalni stabilizator dao opet isti koeficijent uzgona kao i kod krutog zrakoplova. Za ovakav proračun morao bi se dakle uključiti utjecaj otklona kormila dubine na otpor.

Autor smatra da je jedino što se iz podatka o uvijanju (varijable *twist*) ovakvog proračuna može zaključiti je koliko bi se primjerice postavni napadni kut krila morao povećati kako bi krilo kada se uvine dalo taj koeficijent uzgona  $C_{LW,0}$ . I to ne neposredno jer *twist*, kako je prije objašnjeno, nije izražen kao mjera nekog kuta.

U slučaju ovog programa nije modeliran efekt distribucije uzgona po rasponu krila. Ta distribucija interno je definirana unutar samog modula konstrukcije i to na način da se uzgon svakog od tri segmenta krila odnosi prema ukupnom uzgonu kao površina tog segmenta prema ukupnoj površini krila. A upravo je ta distribucija uzgona duž raspona morala doći u modul konstrukcije iz modula aerodinamike. Ovako modul konstrukcije praktično sam unutar sebe konvergira prema ukupnoj masi a onda modul aerodinamika za tu masu odnosno silu uzgona pronalazi otpor. I to radi pretpostavljajući uvijek istu distribuciju uzgona po rasponu što se vidi i u izrazu za podzvučni  $k_w$  koji uvijek uzima isti Oswaldov koeficijent  $e = 0,8$ .

Nepostojanje prave interakcije između modula očito je i iz činjenice da modul aerodinamika daje modulu konstrukcije samo uzgon  $L$  a na kraju modula aerodinamika stoji  $L = W_t$ , a isti taj  $W_t$  je modul aerodinamika dobio od modula konstrukcije (Slika 4.1).

### 3. NOVI AERODINAMIČKI MODUL

#### 3.1. Pregled mogućih metoda za aerodinamički proračun

Za potrebe proračuna aerodinamičkih karakteristika unutar modula za konceptualno projektiranje nadzvučnog zrakoplova bilo je potrebno naći metodu koja je za to pogodna. Glavni postavljeni zahtjevi su sljedeći:

1. Pošto se u ovoj fazi projektiranja uzimaju u obzir značajno različite tlocrtne geometrijske karakteristike nosećih površina, metoda mora biti u stanju te promjene lako podnijeti.
2. Zbog velikog broja ponavljanja proračuna metoda ne smije biti proračunski prezahtjevna, odnosno ne bi smjela biti puno zahtjevnija od drugih modula unutar sveukupnog modula za projektiranje.
3. Iz razloga objašnjenih u prethodnim poglavljima, metoda mora moći prihvatiti uvijeno krilo, tj. krilo kod kojeg se napadni kut mijenja duž raspona.
4. Točnost rezultata metode mora biti odgovarajuća za fazu konceptualnog projektiranja zrakoplova.

Moguće CFD metode nisu razmatrane zato što su proračunski zahtjevne i zahtijevaju velike intervencije prilikom svake (veće) promjene geometrije te stoga nisu pogodne za konceptualno projektiranje.

Postoje egzaktna analitička rješenja linearne teorije no ona su relativno jednostavna samo za krila jednostavne tlocrtne geometrije i profila kao što je delta krilo profila ravne ploče. Već za trapezno krilo proračun postaje složeniji. A ako još želimo uključiti, primjerice, romboidni profil tada dolazimo do poprilično složenog proračuna. A, kao najvažniju stvar, bitno je istaknuti da nigdje nije nađeno analitičko rješenje koje uzima u obzir uvijanje krila za bilo koji tlocrtu geometriju krila.

Konačno je odabrana numerička metoda proračuna predstavljena u [5] koja dosta dobro zadovoljava sve gore navedene zahtjeve. Metoda je to koja iznimno lako prihvaća krila različite tlocrtne geometrije, a proračunski je relativno nezahtjevna. Odnosno, biranjem gustoće mreže elemenata na krilu utječe se na vrijeme proračuna, a dobri rezultati ostvaruju se

već pri relativno rijetkoj mreži elemenata (više o utjecaju gustoće mreže na točnost rezultata u poglavlju verifikacije rezultata). Metoda je prezentirana za krilo profila ploče proizvoljne zakrivljenosti. U skladu sa prirodom rješenja linearne teorije krila na kojoj se ova metoda i zasniva, u ovom modulu ona je ponešto drukčije primijenjena kako bi uzela u obzir romboidni profil realne debljine. Više o tome u poglavlju o implementaciji metode.

### 3.2. Odabrana metoda za aerodinamički proračun

Autori Middleton i Carlson [6] 1965. godine prikazali su numeričku primjenu za metodu raspodjele vrtloga, koja se može primijeniti na tanka krila proizvoljne zakrivljenosti i proizvoljnog oblika. Ta metoda imala je neka ograničenja s obzirom na kut strijele izlaznog ruba krila i pokazivala je dosta veliku nestabilnost kada se primjenjivala na krilo čiji je kut strijele prednjeg ruba bio jako blizu kutu Machovog konusa. Poboljšanu metodu objavili su 1974. godine Carlson i Miller u radu [5]. Ta metoda riješila je navedene probleme prethodne metode te zadržala dovoljnu točnost dobivene distribucije tlaka iako je u nekim slučajevima ona bila nešto malo lošija nego u slučaju primjene prve metode. Pošto je u ovom radu korištena poboljšana metoda prema [5] u daljnjem tekstu dan je njen opis. Kako je ovo numerička metoda zasnovana na linearnoj teoriji krila ili teoriji malih poremećaja, ona je primjenjiva ukoliko su zadovoljene osnovne pretpostavke linearne teorije krila.

U skladu s konceptima linearne teorije, pretpostavlja se da krilo ima zanemarivu debljinu i pretpostavlja se da leži približno u  $z = 0$  ravnini. Slijedi primjena njihove metode za određivanje koeficijenta tlaka u bilo kojoj točki krila  $(x, y)$ .

Jednadžba koja određuje diferencijalni koeficijent tlaka, tj. razliku koeficijenata tlaka donjake i gornjake ( $\Delta C_p = C_{pl} - C_{pu}$ ) je

$$\Delta C_p(x, y) = -\frac{4}{\beta} \frac{\partial z_c(x, y)}{\partial x} + \frac{1}{\pi} \iint_s R(x - \xi, y - \eta) \Delta C_p(\xi, \eta) d\beta \eta d\xi \quad (3.1)$$

gdje su

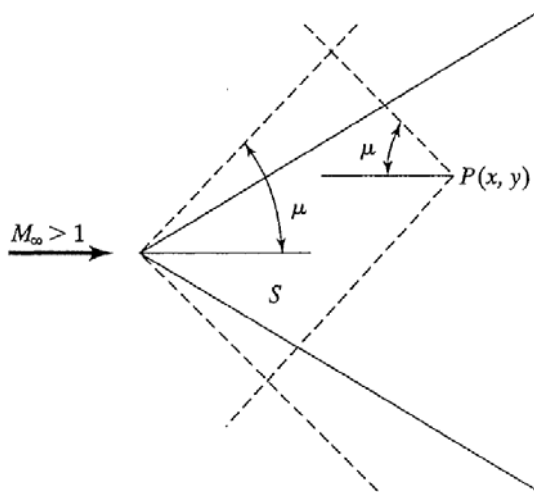
$$R(x - \xi, y - \eta) = \frac{x - \xi}{\beta^2 (y - \eta)^2 \left[ (x - \xi)^2 - \beta^2 (y - \eta)^2 \right]^{0.5}}$$

$$\beta = \sqrt{Ma^2 - 1}$$



a  $z_c(x, y)$  je  $z$  koordinata središnje linije. Funkcija  $R$  može se zamisliti kao funkcija utjecaja koja povezuje lokalno opterećenje u točki  $(\xi, \eta)$  s njegovim utjecajem na polje strujanja.

Integral u jednadžbi (3.1) predstavlja utjecaj kontinuirano raspodijeljenih vrtloga po infinitezimalnim elementima površine krila. Područje integracije  $S$  definirano je presjekom konusa sa vrhom u točki  $(x, y)$  otvora  $\mu$  orijentiranog uz struju zraka i površine krila, a prikazuje ga Slika 3.1.



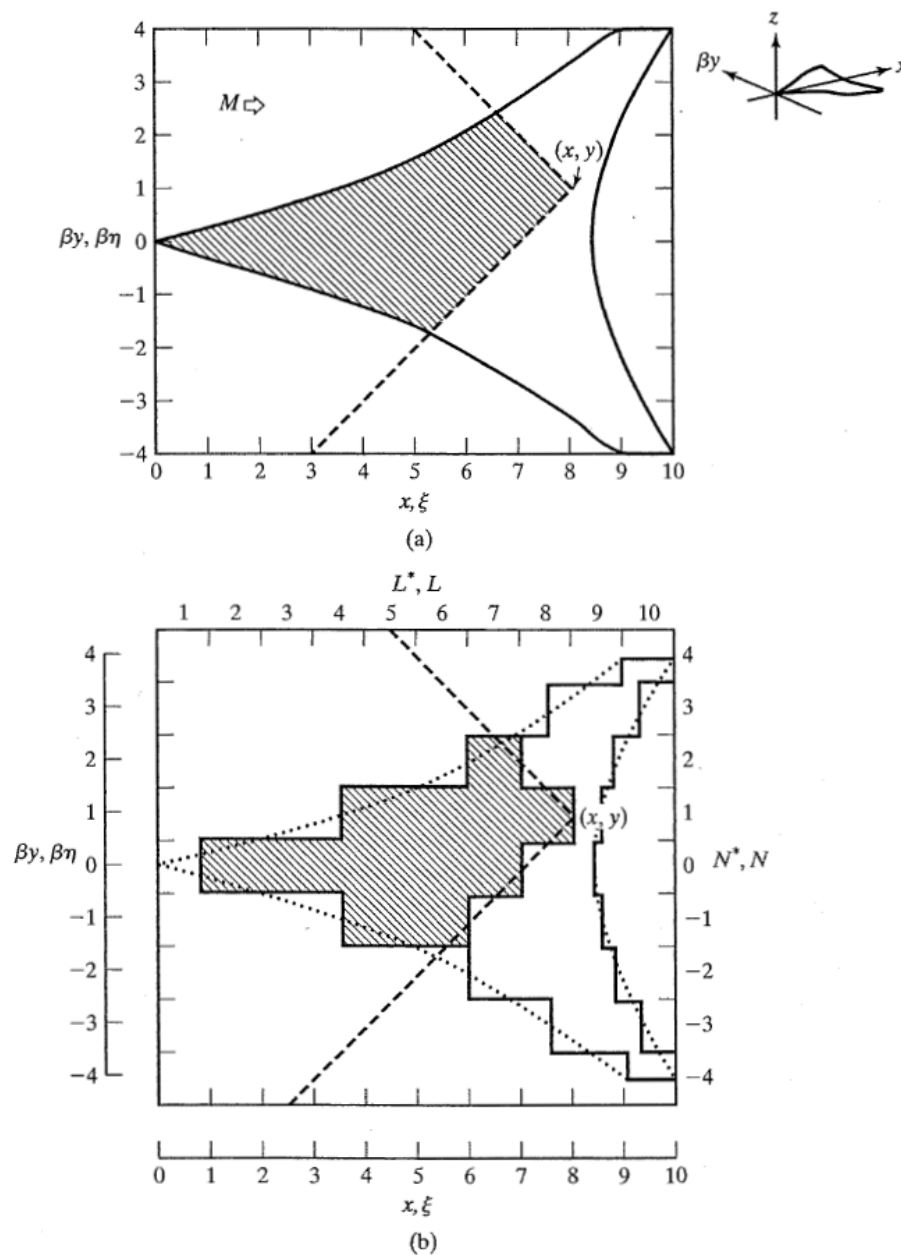
**Slika 3.1. Površina  $S$  označava područje integracije. [5]**

Integral izgleda kao da je nepravi i da divergira zbog singulariteta u točki  $\eta = y$  unutar područja integracije. Ipak, integral se može tretirati sukladno konceptu poopćenja Cauchyjeve primarne vrijednosti (detaljniji opis vidjeti u [7]).

Da bi se zamijenila naznačena integracija u jednadžbi (3.1) algebarskim zbrajanjem, prvo treba zamijeniti Kartezijev koordinatni sustav koji prikazuje Slika 3.2a, sustavom s rešetkom, kojeg prikazuje Slika 3.2b. Područje integracije, prvobitno omeđeno napadnim rubom krila i Machovim konusom, sad se sastoji od skupa mrežnih elemenata koji aproksimiraju to područje (Slika 3.2b, prikazano šrafiranom površinom). Uključivanje djelomičnih kao i potpunih mrežnih elemenata omogućava bolju definiciju napadnog ruba krila i vodi k smanjenju nepravilnosti koje mogu nastati na elementima u blizini napadnog ruba.

Dakle, metodom se određuje raspodjela koeficijenata tlaka numerički, koristeći se mrežnim elementima poput onih koje prikazuje Slika 3.2b. Naravno, u praksi bi se koristilo puno više elemenata. Brojevi  $L$  i  $N$  identificiraju poziciju u mreži koja zamjenjuje prijašnji element

površine  $d\xi d\beta\eta$  koji se nalazi unutar područja integracije.  $L^*$  i  $N^*$  označavaju element pridružen točki  $(x, \beta y)$  a nalazi se neposredno ispred nje. Uočite da je  $L^* = x$  i  $N^* = \beta y$ , te da  $x$  i  $\beta y$  poprimaju samo cijele brojeve. Područje integracije, izvorno omeđeno napadnim rubom i Machovim linijama uz struju usmjerenog konusa iz  $(x, \beta y)$ , sada se aproksimira elementima rešetke unutar uz struju usmjerenog Machovog konusa koji počinje u  $(x, \beta y)$ . U koordinatnom sustavu  $(x, \beta y)$  kut otvora Machovog konusa  $\mu$  uvijek iznosi  $45^\circ$ .



Slika 3.2. Koordinatni sustav za određivanje površine krila koja ima utjecaj na točku  $(x, y)$

(a) Kartezijev koordinatni sustav; (b) sustav rešetke korišten u numeričkom rješenju. [5]

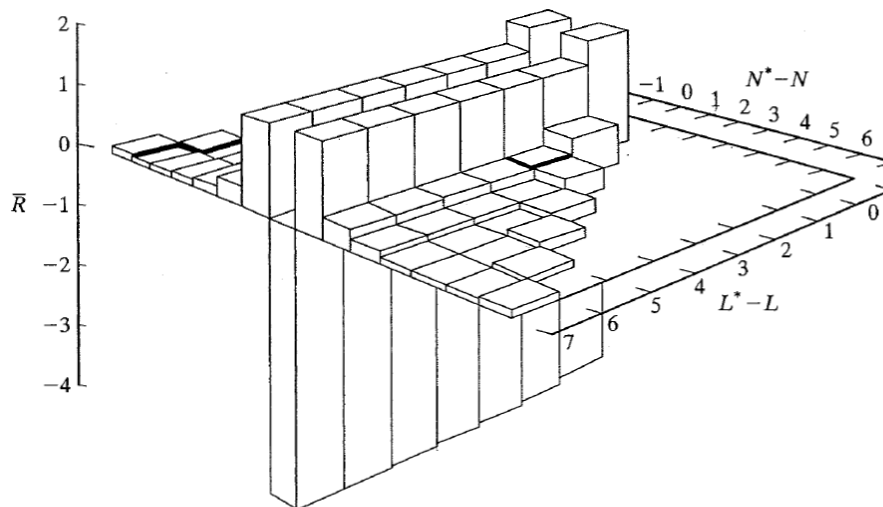
Aproksimacija jednadžbe (3.1) zbrajanjem tada postaje

$$\Delta C_p(L^*, N^*) = -\frac{4}{\beta} \frac{\partial z_c(L^*, N^*)}{\partial x} + \frac{1}{\pi} \sum_{N_{\min}}^{N_{\max}} \sum_{L_{LE}}^{L^* - |N^* - N|} \bar{R}(L^* - L, N^* - N) A(L, N) B(L, N) C(L, N) \Delta C_p(L, N) \quad (3.2)$$

gdje je  $\bar{R}$  srednja vrijednost od  $R$  unutar elementa i dana je s

$$\begin{aligned} \bar{R}(L^* - L, N^* - N) = & \frac{[(L^* - L + 0,5)^2 - (N^* - N - 0,5)^2]^{0,5}}{(L^* - L + 0,5)(N^* - N - 0,5)} - \\ & - \frac{[(L^* - L + 0,5)^2 - (N^* - N + 0,5)^2]^{0,5}}{(L^* - L + 0,5)(N^* - N + 0,5)} \end{aligned} \quad (3.3)$$

Grafički prikaz faktora  $\bar{R}$  predstavljen je na Slika 3.3. Zanimljive su relativno male varijacije tog faktora u smjeru  $x$  (ili  $L$ ), za razliku od većih varijacija u smjeru  $y$  (ili  $N$ ). Za parove elemenata određene nekom  $L^* - L$  vrijednošću, zbrajanje vrijednosti  $\bar{R}$  u smjeru raspona krila daje nulu jer jedina negativna vrijednost na mjestu  $N^* - N = 0$  poništava sve ostale. Na mjestu  $L^* - L = 0$ , gdje je samo jedan element za zbrajanje u smjeru raspona krila, vrijednost  $\bar{R}$  tog elementa je nula. Ta činjenica osigurava da taj element neće imati nikakav utjecaj na samoga sebe. Dalje, činjenica da zbrajanje vrijednosti  $\bar{R}$  u smjeru raspona krila daje nulu osigurava da će cijelo krilo proizvoditi polje strujanja koje se sastoji od jednakog iznosa skretanja struje prema gore (*upwash*) i prema dolje (*downwash*) i, stoga, ne uvodi nikakav neto vertikalni pomak medija kroz koji se kreće.



Slika 3.3. Numeričko predstavljanje faktora utjecaja  $\bar{R}$  (funkcija  $\bar{R}$ ). [5]

Granice po  $L$  koordinati pri zbrajanju u jednadžbi (3.2) su one od prednjeg ruba krila (tj.  $L_{LE} = 1 + [x_{LE}]$ , gdje  $[x_{LE}]$  označava cjelobrojni dio te veličine) i od Machovog uz struju okrenutog konusa kod odabrane  $N$  vrijednosti. Vertikalne linije u oznaci  $|N^* - N|$  označavaju apsolutnu vrijednost veličine unutar njih.

Faktor  $A(L, N)$  je faktor ponderiranja ili težinski faktor koji omogućuje razmatranje parcijalnih elemenata u procesu zbrajanja i dopušta bolju definiciju oblika prednjeg ruba krila.

Faktor  $A(L, N)$  poprima vrijednosti od 0 do 1, kako je prikazano:

$$\begin{aligned} A(L, N) &= 0 & L - x_{LE} &\leq 0 \\ A(L, N) &= L - x_{LE} & 0 < L - x_{LE} < 1 \\ A(L, N) &= 1 & L - x_{LE} &\geq 1 \end{aligned}$$

Faktor  $B(L, N)$  je težinski faktor za stražnji rub krila koji također poprima vrijednosti od 0 do 1, kako je prikazano:

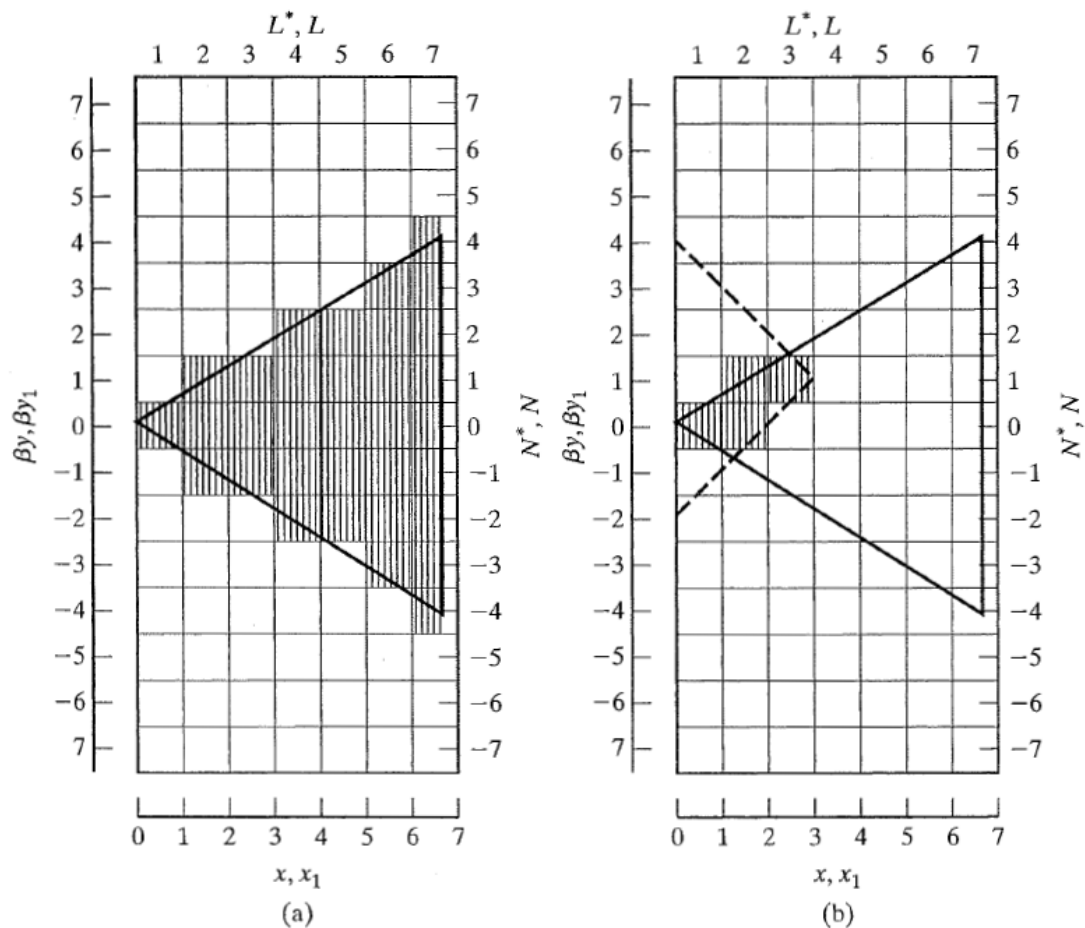
$$\begin{aligned} B(L, N) &= 0 & L - x_{TE} &\geq 1 \\ B(L, N) &= 1 - (L - x_{TE}) & 0 < L - x_{TE} < 1 \\ B(L, N) &= 1 & L - x_{TE} &\leq 0 \end{aligned}$$

Faktor  $C(L, N)$  je težinski faktor za elemente na vrhu krila koji poprima vrijednosti ili 0,5 ili 1, kako je prikazano:

$$\begin{aligned} C(L, N) &= 0,5 & N &= N_{\max} \\ C(L, N) &= 1 & N &\neq N_{\max} \end{aligned}$$

Diferencijalni koeficijent tlaka u nekoj točki krila  $\Delta C_p(L^*, N^*)$  može se odrediti za krilo proizvoljnog oblika površine, pod uvjetom da se računanje provodi pravilnim redoslijedom. Redoslijed računanja  $\Delta C_p(L^*, N^*)$  je od vrha prema natrag (tj. u smjeru povećanja vrijednosti  $L^*$ ). Ako se poštuje taj redoslijed, ni u jednom trenutku neće se pojaviti nepoznati  $\Delta C_p(L, N)$  kod zbrajanja u jednadžbi (3.2), budući da će koeficijenti tlaka za sve točke unutar uz struju okrenutog Machovog konusa koji počinje u točki  $(L^*, N^*)$  do tada biti već izračunati. Element nema utjecaja na samoga sebe budući da je  $\bar{R}(0,0) = 0$  iz jednadžbe (3.3).

Dakle,  $\Delta C_p(L = L^*, N = N^*)$  nije potreban u članu zbrajanja u jednadžbi (3.2). Također bitno je uočiti da je jednadžba (3.2) zbrajanje koje treba aproksimirati ono što je izvorno bila jednadžba integracije i stoga već uzima u obzir rubni uvjet tangencijalnog strujanja. Taj je uvjet egzaktno ispunjen samo u kontrolnim točkama smještenim na polovini raspona izlaznog ruba svakog elementa rešetke (Slika 3.4b).



Slika 3.4. Primjer geometrije elemenata rešetke za delta krilo

(a) opća shema; (b) područje integracije za element (3,1). [5]

Koeficijent  $\Delta C_p(L^*, N^*)$  dan jednadžbom (3.2) definiran je na izlaznom rubu elementa  $(L^*, N^*)$ . Da bi se eliminirale velike oscilacije koeficijenta tlaka do kojih može doći u numeričkim tehnikama, potrebna je operacija izgladivanja. Postupak je sljedeći:

1. Izračunati i privremeno zadržati preliminarne vrijednosti  $\Delta C_p$  za zadani red, s  $L^* = \text{konst.}$  Označit ćemo ih kao  $\Delta C_{p,a}(L^*, N^*)$ .

2. Izračunati i privremeno zadržati vrijednosti  $\Delta C_p$  za sljedeći red, s  $L^* = \text{konst.} + 1$  služeći se vrijednostima  $\Delta C_{p,a}$  dobivenim u prethodnom koraku kao doprinose iz reda s  $L^* = \text{konst.}$  Označit ćemo ih kao  $\Delta C_{p,b}(L^*, N^*)$ .
3. Izračunati konačnu vrijednost  $\Delta C_p$  prilagođavanjem preliminarnih  $\Delta C_p$  rezultata.

Za elemente prednjeg ruba, određene s  $L^* - x_{LE}(N^*) \leq 1$ ,

$$\begin{aligned} \Delta C_p(L^*, N^*) = & \frac{1}{2} \left[ 1 + \frac{A(L^*, N^*)}{1 + A(L^*, N^*)} \right] \Delta C_{p,a}(L^*, N^*) + \\ & + \frac{1}{2} \left[ 1 + \frac{A(L^*, N^*)}{1 + A(L^*, N^*)} \right] \Delta C_{p,b}(L^*, N^*) \end{aligned} \quad (3.4)$$

Za sve ostale elemente, određene s  $L^* - x_{LE}(N^*) > 1$ ,

$$\Delta C_p(L^*, N^*) = \frac{3}{4} \Delta C_{p,a}(L^*, N^*) + \frac{1}{4} \Delta C_{p,b}(L^*, N^*) \quad (3.5)$$

gdje je težinski faktor  $A(L^*, N^*)$  definiran jednako kao što je prije definiran faktor  $A(L, N)$ . U daljnjem tekstu to neće biti slučaj, a ovakav zapis preuzet je direktno iz [5].

Jednom kad se diferencijalni koeficijenti tlaka,  $\Delta C_p$ , izračunaju za sve elemente, mogu se izračunati aerodinamički koeficijenti za krilo. Koeficijent uzgona za simetrično opterećena krila može se dobiti sljedećim zbrajanjem po svim elementima:

$$\begin{aligned} C_L = & \frac{2}{\beta S} \sum_{N^*=0}^{N^*=N_{\max}} \sum_{L^*=L_{LE}}^{L^*=L_{TE}} \left[ \frac{3}{4} \Delta C_p(L^*, N^*) + \right. \\ & \left. + \frac{1}{4} \Delta C_p(L^*+1, N^*) \right] A(L^*, N^*) B(L^*, N^*) C(L^*, N^*) \end{aligned} \quad (3.6)$$

Koeficijent momenta propinjanja oko poprečne osi postavljene u  $x = 0$  je

$$\begin{aligned} C_M = & \frac{2}{\beta S c} \sum_{N^*=0}^{N^*=N_{\max}} \sum_{L^*=L_{LE}}^{L^*=L_{TE}} (L^*) \left[ \frac{3}{4} \Delta C_p(L^*, N^*) + \right. \\ & \left. + \frac{1}{4} \Delta C_p(L^*+1, N^*) \right] A(L^*, N^*) B(L^*, N^*) C(L^*, N^*) \end{aligned} \quad (3.7)$$

Koeficijent otpora može se izraziti kao

$$C_D = \frac{2}{\beta S} \sum_{N^*=0}^{N^*=N_{\max}} \sum_{L^*=L_{LE}}^{L^*=L_{TE}} \left[ \frac{3}{4} \Delta C_p(L^*, N^*) \frac{1}{4} \Delta C_p(L^*+1, N^*) \right] \left[ \frac{3}{4} \frac{\partial z_c(L^*, N^*)}{\partial x} + \frac{1}{4} \frac{\partial z_c(L^*+1, N^*)}{\partial x} \right] A(L^*, N^*) B(L^*, N^*) C(L^*, N^*) \quad (3.8)$$

Ova jednadžba ne uzima u obzir bilo kakav doprinos teorijske sile usisa prednjeg ruba ili ikakav efekt odvajanja struje povezan s njegovim izostavljanjem i uzima u obzir samo nagib normalne sile u odnosu na relativni smjer strujanja zraka.

Težinski faktori u izrazima za aerodinamičke koeficijente elemenata definirani su kako slijedi. Težinski faktor bilo kojeg elementa na prednjem rubu poprima vrijednosti od 0 do 1,5.

$$\begin{aligned} A(L^*, N^*) &= 0 & L^* - x_{LE} &\leq 0 \\ A(L^*, N^*) &= L - x_{LE} + 0,5 & 0 < L^* - x_{LE} < 1 \\ A(L^*, N^*) &= 1 & L^* - x_{LE} &\geq 1 \end{aligned}$$

Težinski faktor bilo kojeg elementa na stražnjem rubu također poprima vrijednosti od 0 do 1,5.

$$\begin{aligned} B(L^*, N^*) &= 0 & L^* - x_{TE} &\geq 0 \\ B(L^*, N^*) &= 0,5 - (L^* - x_{TE}) & 0 > L^* - x_{TE} > -1 \\ B(L^*, N^*) &= 1 & L^* - x_{TE} &\leq -1 \end{aligned}$$

Težinski faktor elementa u osi ili na vrhu krila definiran je kao

$$\begin{aligned} C(L^*, N^*) &= 0,5 & N^* &= 0 \\ C(L^*, N^*) &= 1 & 0 < N^* < N_{\max} \\ C(L^*, N^*) &= 0,5 & N^* &= N_{\max} \end{aligned}$$

Površina krila korištena u izrazima za aerodinamičke koeficijente može se izračunati sljedećim zbrajanjem

$$S = \frac{2}{\beta} \sum_{N^*=0}^{N^*=N_{\max}} \sum_{L^*=1+[x_{LE}]}^{L^*=1+[x_{TE}]} A(L^*, N^*) B(L^*, N^*) C(L^*, N^*) \quad (3.9)$$

### 3.3. Implementacija metode

Pošto je postojeći modul i cijeli program za optimizaciju nadzvučnog poslovnog zrakoplova programiran u programskom paketu MATLAB bilo je potrebno novoizabranu metodu implementirati korištenjem istog programskog paketa.

Ovim radom žele se popraviti uočeni i prethodno analizirani nedostaci aerodinamičkog modula te se rad i ograničava samo na ono što je i postojeći modul obuhvaćao. A to je izračunavanje ukupnog otpora zrakoplova za potrebni uzgon i pod utjecajem konstrukcijskog uvijanja dobivenog iz modula konstrukcije. Utjecaj motora i dijelova zrakoplova koji nisu krila i horizontalni stabilizator na ukupni otpor postojeći modul dobiva kao ulazne varijable a novi modul ga takvoga zadržava. Zbog ograničenosti vremena, dakle, nije se išlo u eventualnu evaluaciju istih.

Kada govorimo o postojećem modulu i njegovim modifikacijama zapravo govorimo o funkciji BB\_dragpolar.m. Pomoću nje se vrši izračun uzgona, otpora i njihov odnos, a za slijedeće ulazne varijable (navedene s postojećim imenima):

H - visina leta  
M - Machov broj  
Nh - koef. gubitka dinamičkog tlaka na hor. stabilizatoru ( $\eta_v$ )  
Sht - površina horizontalnog stabilizatora [ft<sup>2</sup>]  
Sref - površina krila [ft<sup>2</sup>]  
Wt - masa zrakoplova [lb]  
twst - uvijanje krila [ft<sup>2</sup>]  
ESF - faktor skaliranja motora [-]  
ARht - vitkost krila [-]  
ARw - vitkost horizontalnog stabilizatora [-]  
Sw\_w - kut strijele krila [deg]  
sweepht - kut strijele horizontalnog stabilizatora [deg]  
t\_c - relativna debljina aeroprofila [-]  
Cd\_min - koeficijent otpora (minimalni) [-]  
Lw - položaj krila [%MAC]  
Lh - položaj horizontalnih repnih površina [%MAC]

U novom modulu funkcija BB\_WingCalc.m vrši zadaću koji ima funkcija BB\_dragpolar.m u postojećem modulu. Funkcija BB\_WingCalc.m ima neke nove ulazne varijable. To su:

aero\_twist - modificirana varijabla twst sada izražena u [rad]

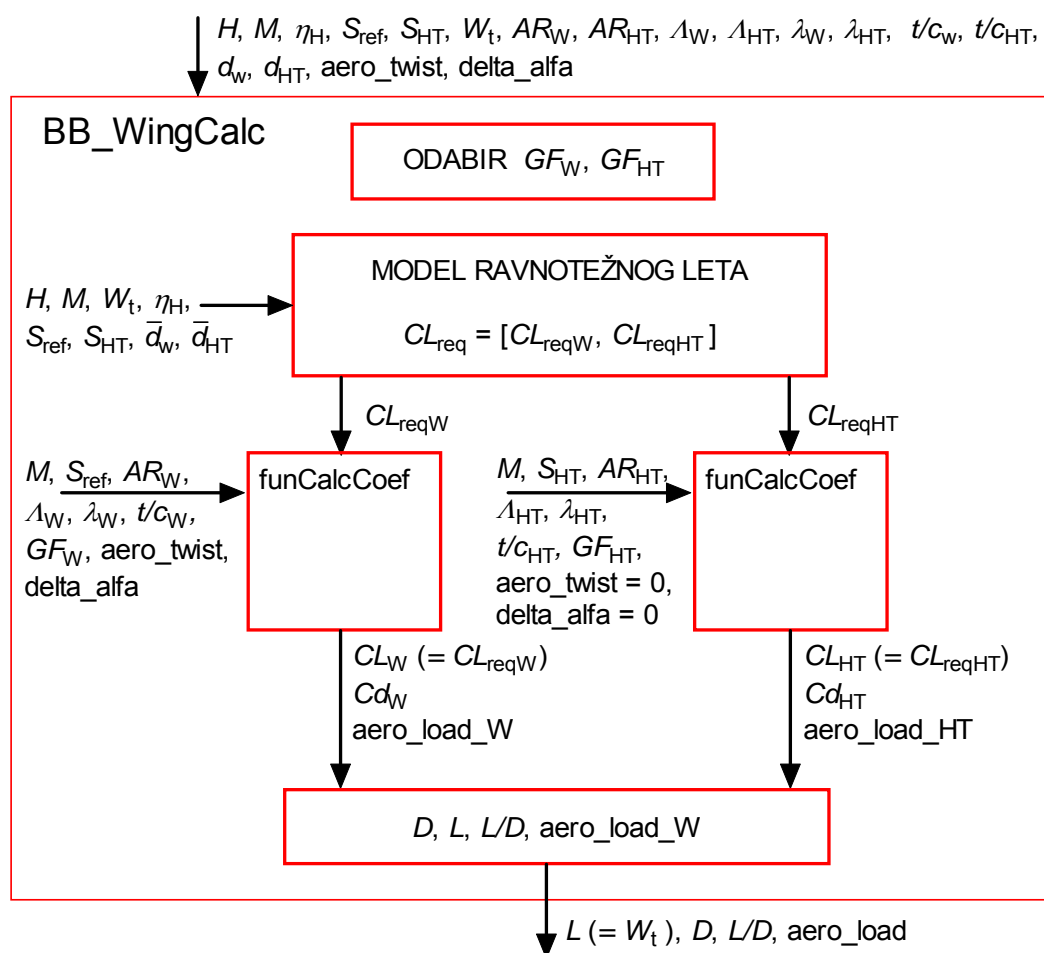


delta-alfa - konstrukcijsko „jig“ uvijanje krila [rad]  
 taper\_w - suženje krila [-]  
 taper\_ht - suženje horizontalnog stabilizatora [-]  
 t\_c\_ht - relativna debljina aeroprofila hor. stabilizatora [-]  
 t\_c\_w - relativna debljina aeroprofila krila [-] (umjesto t\_c)  
 Sw\_ht - kut strijele hor. stab. [deg] (umjesto sweepht)

Novi modul ima jednu dodatnu izlaznu varijablu:

aero\_load - distribucija uzgona [lb]

Detaljniji opis varijabli slijedi u daljnjim poglavljima. Ispis MATLAB kodova funkcija i skripti novog aerodinamičkog modula dan je u prilogu II. Struktura proračuna prikazana je dijagramom toka (Slika 3.5). Zbog složenosti funkcija funCalccoef.m prikazana je zasebnim dijagramom toka nešto kasnije.



Slika 3.5. Dijagram toka aerodinamičkog modula

Od postojećeg modula zadržan je korektan početni dio gdje se izračunavaju potrebni koeficijenti uzgona krila i horizontalnog stabilizatora (u opisu postojećeg modula označeni sa  $C_{LW,0}$  i  $C_{LHT,0}$ ). Dakle, prije korekcije za „uvijanje“. Jedino je mijenjan koeficijent gubitka dinamičkog tlaka na horizontalnom stabilizatoru  $N_h$ . On je prema [8] određen vrijednošću  $N_h = 0.92$ .

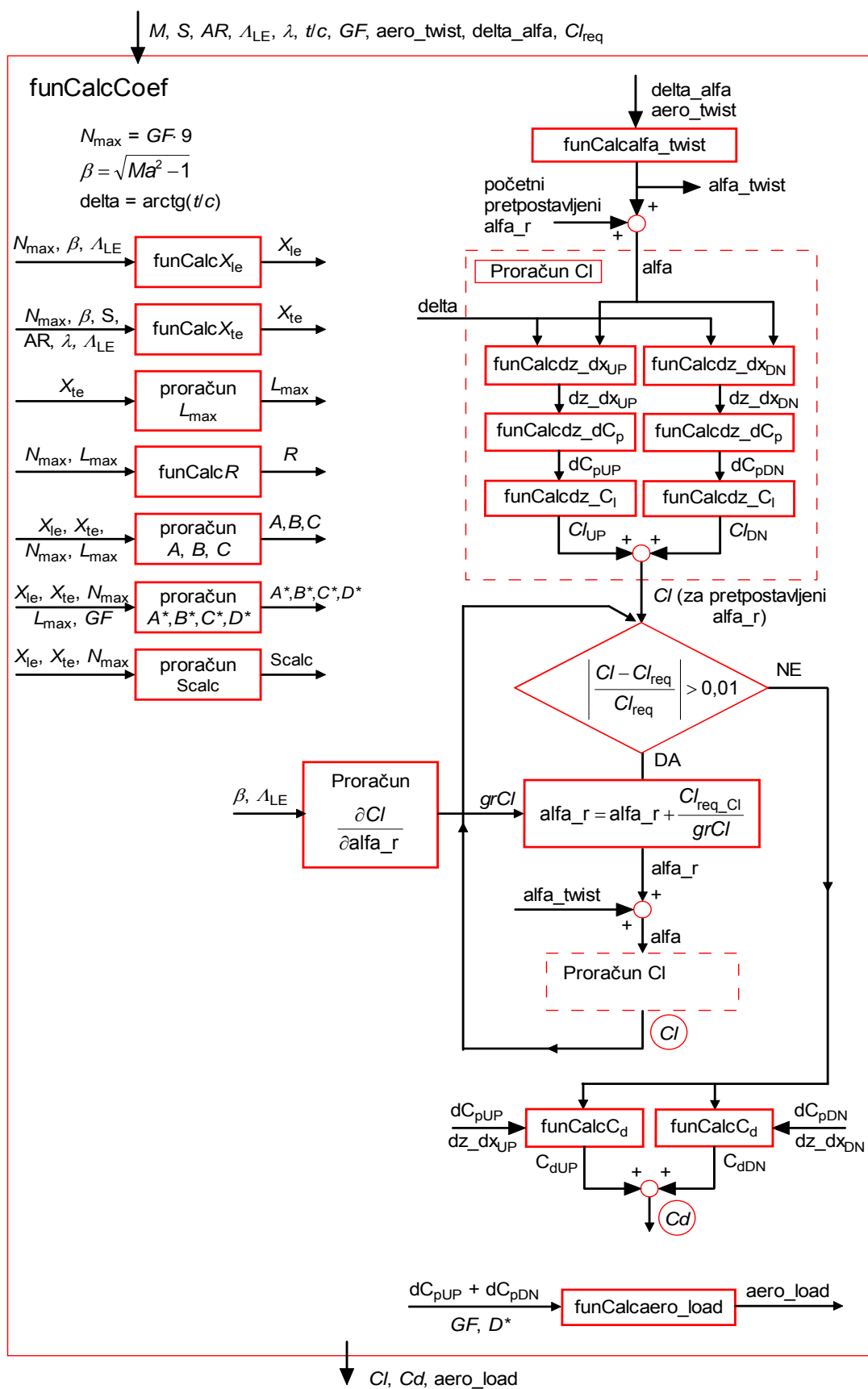
Koeficijenti  $C_{LW,0}$  i  $C_{LHT,0}$  zapisani su u vektor koji se zove  $CL_{req}$  pošto se radi o potrebnim koeficijentima uzgona koje moraju ostvarivati krilo i horizontalni stabilizator. Prema [8] određen je koeficijent utjecaja trupa na krilo KW pomoću funkcije `funCalcKW` te je njime korigiran potreban koeficijent uzgona krila. Razlog tomu je što odabrana metoda za proračun krila proračunava tzv. izolirano krilo koje se sastoji od dva polukrila konzole „skinuta sa zrakoplova“. Za izračun koeficijenta KW potrebno je poznavati promjer trupa i raspon krila s podtrupnim dijelom. Pošto sveukupni modul nigdje ne specificira taj promjer, za njega je uzeta vrijednost od 8ft kao neka moguća realna vrijednost. Isto tako, prema [8], utjecaj trupa na horizontalni stabilizator može se zanemariti zbog njegovog relativno malog promjera na mjestu horizontalnog stabilizatora. Iako se prema [8] treba uzeti u obzir i savijanje struje iza krila, tj. smanjenje napadnog kuta na horizontalnom stabilizatoru, ovdje ono nije uzeto u obzir. Naime, u izračunu koeficijenta otpora krila i distribucije uzgona, a za ostvareni potrebni koeficijent uzgona, napadni kut pri kojem se on ostvaruje nije bitan kao izlazni podatak. Kako se do tog napadnog kuta iterativnim postupkom u proračunu dolazi, on se kod horizontalnog stabilizatora može smatrati efektivnim napadnim kutom. Razlika između efektivnog napadnog kuta i napadnog kuta kojeg bi horizontalni stabilizator imao u neporemećenoj struji zraka nema utjecaja na generirani uzgon jer se u metodi ionako poistovjećuju normalna sila na horizontalnom stabilizatoru i njegova sila uzgona. Ta razlika ima utjecaj na generiranu silu otpora ali se taj utjecaj smatra malim zbog male razlike kutova. A posebno je taj utjecaj na ukupan otpor zrakoplova mali zbog relativno malog udjela otpora horizontalnog stabilizatora u ukupnom otporu zrakoplova.

Nakon što su određeni potrebni koeficijenti uzgona krila i horizontalnog stabilizatora potrebno je odrediti koliki otpor, za te koeficijente uzgona, stvaraju krilo i horizontalni stabilizator. Za to služi funkcija `funCalccoef.m`. Ona isto tako određuje i distribuciju uzgona duž raspona krila.

### **3.3.1. Proračun koeficijenta otpora krila i distribucije uzgona**

Proračun aerodinamičkih koeficijenata inicijalno je rađen imajući na umu primjenu na krilu no zaključeno je da se isti jednako tako može primijeniti i na horizontalni stabilizator. Radi kraćeg pisanja daljnji tekst referirat će se samo na krilo.

Funkcija `funCalccoef.m` za ulazne geometrijske i druge parametre krila i potreban koeficijent uzgona izračunava i vraća koeficijent otpora krila i distribuciju uzgona duž raspona krila. Isto tako vraća i koeficijent uzgona kojem je proračun konvergirao a razlikuje se od onog potrebnog za proizvoljno definirano maksimalno odstupanje. Dakle, proračun je iterativnog tipa i objašnjen je na dijagramu toka funkcije `funCalccoef.m` (Slika 3.6). Zbog velikog broja varijabli koje ulaze u većinu funkcija, one manje zanimljive s aspekta funkcioniranja funkcije nisu naznačene. Uglavnom se tu radi o varijablama tlocrtne geometrije krila ili varijablama vezanim za definiciju mrežne podjele krila.



Slika 3.6. dijagram toka funkcije funCalccoef.m

### 3.3.1.1. Definiranje tlocrtne geometrije krila

Iako su postojeći ulazni parametri geometrije krila oni koji se direktno koriste u izrazima za polaru postojećeg modula, definiranje geometrije krila novog modula moralo se njima prilagoditi kako bi se oni zadržali istima u što je moguće većoj mjeri.

Za postojeći modul to su varijable površine, vitkosti i strijele napadnog ruba. Zanimljivo je primijetiti da tim varijablama krilo uopće nije geometrijski jednoznačno definirano. Da bi se ono jednoznačno definiralo potrebno je uvesti još jednu varijablu. Za to je odabrano suženje krila (engl. *taper ratio*) definiran kao omjer vršne i korijenske tetive.

taper\_w - suženje krila [-]  
taper\_ht - suženje hor. stabilizatora [-]

Na razini ukupnog modula za projektiranje postoji varijabla suženja krila ali se ona koristi samo kod konstrukcijskog modula. Varijabla suženja hor. stabilizatora nije prije postojala.

Novi modul može prihvatiti trapezno krilo te delta krilo i „streličasto“ (engl. *arrow wing*) krilo kao poseban slučaj trapeznog krila sa suženjem jednakim nuli.

Geometrija krila u modulu je definirana kutovima strijele prednjeg i stražnjeg ruba krila. Računaju se u zasebnim funkcijama funCalcXle.m (Xle - prednji rub, engl. *leading edge*) i funCalcXte.m (Xte - zadnji rub, engl. *trailing edge*) koje vraćaju niz sačinjen od x koordinate prednjeg (zadnjeg) ruba za odgovarajuću N koordinatu diskretne podjele površine krila opisane u prethodnom poglavlju.

Gustoća mrežne podjele krila definira se varijablom *GF* (*grid factor*). Zbog interakcije s modulom konstrukcije pokazala se potreba da se za broj elemenata duž poluraspona odabere višekratnik broja 9. Taj višekratnik je upravo varijabla *GF*. Tako za, primjerice  $GF=4$ , broj elemenata duž poluraspona iznosi 36. Odabirom broja elemenata duž poluraspona definirana je i uzdužna diskretizacija krila što je vidljivo iz prethodnog poglavlja.

Faktor utjecaja *R* izračunava se u funkciji funCalcR.m te se vraća kao 2D polje.

Težinski faktori definirani se kao 2D polje unutar funkcije funCalccoef.m.

### 3.3.1.2. Definiranje napadnog kuta po rasponu krila

Napadni kut na pojedinoj poziciji krila (za pojedinu vrijednost koordinate  $y$ ) definiran je superpozicijom tri kuta.

Prvi od ta tri kuta nastaje uslijed „konstrukcijskog uvijanja“ krila. Ono je uvedeno kao nova varijabla. Razlog tome je sljedeći. Kako bismo dobili optimalni oblik opterećenog krila potrebno je imati mogućnost varirati sve moguće oblike neopterećenog krila. Više o tome objašnjeno je u uvodnom poglavlju. Možemo, dakle, ovo uvijanje zvati *jig twist*. Ograničili smo se na linearno uvijanje po rasponu iz razloga što je za njega potrebno varirati samo jednu varijablu. Ako bi se željelo, primjerice, uvijanje opisati kvadratnom funkcijom za to bile potrebne dvije varijable. Razmatrala se mogućnost linearnog uvijanja po više segmenata duž raspona krila. Opet, za to bi bilo potrebno onoliko varijabli koliko je segmenata. Tako da je za ovu namjenu odlučeno primijeniti linearno uvijanje po rasponu od korijena do vrha krila. U programu je ono definirano varijablom `delta_alfa` kao razlika napadnog kuta pri vrhu krila i napadnog kuta pri korijenu krila (koje je jednako nuli) a napadni kutovi po rasponu dobiveni su linearnom interpolacijom po rasponu. Ukoliko je `delta_alfa` pozitivan znači, dakle, da je uvijanje takvo da se idući od korijena prema vrhu krila povećava napadni kut uslijed konstrukcijskog uvijanja.

Drugi kut je kut uvijanja kao posljedica deformacije krila uslijed aerodinamičkog opterećenja. Varijabla `aero_twist` izlazni je parametar konstrukcijskog modula, a ulazni parametar aerodinamičkog modula. Ona mijenja dosad korištenu varijablu `twist` te je konstrukcijski modul modificiran kako bi ona zaista imala smisao kuta a ne površine kao što je objašnjeno u upisu postojeće metode. Ako krilo zamislimo podijeljeno na 9 segmenata varijabla `aero_twist` označava kut uvijanja na rubu segmenta bližem korijenu krila. Tako je prvi kut uvijanja onaj na korijenu krila i približno je jednak nuli. Zadnji kut je onaj na unutarnjem rubu vršnog segmenta. Ovaj kut uvijanja unutar segmenata određen je linearnom interpolacijom unutar zadanih vrijednosti varijable. Kut uvijanja na spomenutom vršnom segmentu uzet je konstantnim i jednakim onom na njegovom unutarnjem rubu.

Treći kut možemo zamisliti kao postavni kut krila. Njegovim mijenjanjem, mijenja se napadni kut svih pozicija na rasponu za istu vrijednost. Možemo ga definirati i kao napadni kut korijena krila. Unutar funkcije `funCalcCoef.m` označen je sa `alfa_r`. Do njega se dolazi iterativnom postupkom. Točnije, do potrebnog koeficijenta uzgona krila dolazi se iterativnim

postupkom mijenjajući upravo postavni kut krila  $\alpha_r$  pošto su prethodno opisana uvijanja ulazne varijable funkcije. U iterativnom postupku za odabir nove vrijednosti  $\alpha_r$  koriste se teorijski gradijenti koeficijenta uzgona po napadnom kutu analitičkih rješenja linearne teorije za delta krilo. Usporedbom dobivenih gradijenata ovom metodom i onih analitičkih pokazala se njihova dobra podudarnost, a kako su ti gradijenti neovisni o napadnom kutu konvergencija rješenju je iznimno brza. Ako postavimo uvjet konvergencije kao odstupanje od 1 % od potrebnog koeficijenta uzgona i uz loše postavljen početni kut  $\alpha_r$ , najčešće u 2 ili 3 iteracije dolazimo do rješenja.

Kod proračuna horizontalnog stabilizatora, kao i u postojećem modulu, ne postoji uvijanje već samo promjena varijable  $\alpha_r$ , koja se može ovdje shvatiti kao efektivni napadni kut kako je već objašnjeno.

### 3.3.1.3. Definiranje profila

Uzimajući u obzir da se radi o konceptualnom projektiranju zrakoplova odabran je romboidni aeroprofil. Kod njega je položaj maksimalne debljine na polovici tetive. Određuje ga samo jedan parametar a to je relativna debljina profila  $t_c$ . Iz relativne debljine izračunava se kut koji zatvara gornjaka (ili donjaka) sa tetivom profila. Taj kut sudjeluje u definiciji zakrivljenosti plohe  $\partial z_c(x,y)/\partial x$  gornjake (ili donjake).

### 3.3.1.4. Izračun koeficijenata tlaka

Linearna teorija u rješavanju problema strujanja oko krila koja se nalaze pod nekim napadnim kutom i imaju određenu debljinu najčešće ima sljedeći pristup. Odvojeno analizirati krilo zadanog oblika, nulte debljine (profil ravna ploča) pod napadnim kutom od krila istog oblika zadanog profila (zadane debljine) bez napadnog kuta. Dobiveni rezultati mogu se jednostavno superponirati i dobiti ukupno rješenje. Bili to koeficijenti tlaka ili već izračunati aerodinamički koeficijenti.

U opisu implementirane metode govori se isključivo o krilu koje nema debljinu, tj. krilu ploči proizvoljnog oblika i proizvoljne zakrivljenosti. U metodi, kao što je opisano, dobiveni

koeficijent tlaka  $\Delta C_p$  za neki element površine zapravo je diferencijalni koeficijent tlaka (razlika koeficijenata tlaka donjake i gornjake) koji se može tako izražavati iz razloga što linearna teorija za krilo profila ploče daje rezultat koji kaže da su koeficijent tlaka na donjaci i gornjaci po apsolutnom iznosu jednaki ( $|C_{pl}| = |C_{pu}|$ ), a suprotnih predznaka. Diferencijalni koeficijent tlaka tako je  $\Delta C_p = C_{pl} - C_{pu}$ .

Iz opisane definicije diferencijalnog koeficijenta tlaka proizlazi da ukoliko ga podijelimo na pola dobiti ćemo koeficijent tlaka po iznosu jednak koeficijentu tlaka s obje strane krila ploče a po smislu jednak smislu diferencijalnog koeficijenta tlaka. Taj smisao definiran je tako da ukoliko je koeficijent pozitivan generirat će se pozitivan uzgon i obratno.

U ovom rješenju primijenjen je ponešto drukčiji pristup od opisanog uobičajenog u linearnoj teoriji. Istovremeno se promatra krilo sa svom geometrijom koja ga definira (tlocrtni oblik, profil određene debljine, uvijenost) i pod napadnim kutom. Za takvo krilo zasebno se definira geometrija površine gornjake krila a zasebno geometrija površine donjake krila. Pod pojmom geometrija ovdje se smatra definicija zakrivljenosti plohe  $\partial z_c(x,y)/\partial x$  koja je bitna u proračunu koeficijenta tlaka. To se radi pomoću funkcija `funCalcdz_dxUP.m` za gornjaku i `funCalcdz_dxDN.m` za donjaku. Dalje se, opet zasebno, definira koeficijent tlaka za gornjaku i za donjaku. Funkcija `funCalcdCp.m` kao izlaz daje diferencijalni koeficijent tlaka koji se onda dijeli na pola, kako je objašnjeno. Dalje funkcija `funCalcCl.m` izračunava koeficijent uzgona prema ulaznom koeficijentu tlaka.

Nakon što je iterativni postupak dao koeficijente tlaka za koje će generirani koeficijent uzgona biti jednak (uz željenu točnost) potrebnom koeficijentu uzgona slijedi izračun koeficijenta otpora i distribucije uzgona za krilo s upravo tim koeficijentom tlaka i tim napadnim kutom `alfa_r` (koji je potreban u izračunu koeficijenta otpora).

Koeficijent tlaka izračunava se pomoću funkcije `funCalcCd.m`.

Distribucija uzgona izlazna je varijabla aerodinamičkog i ulazna varijabla konstrukcijskog modula. Definirana je kao `aero_load`. Sastoji se od 9 članova kako bi se prilagodila konstrukcijskom modulu a svaki član označava koeficijent uzgona generiran na pojedinom segmentu krila. U tu svrhu krilo je podijeljeno na 9 jednakih dijelova duž poluraspona, a proračun vrši funkcija `funCalcaero_load.m`. Bez obzira što je broj elemenata na polurasponu uzet kao višekratnik broja 9, izračun koeficijenata uzgona po 9 segmenata nije bio previše

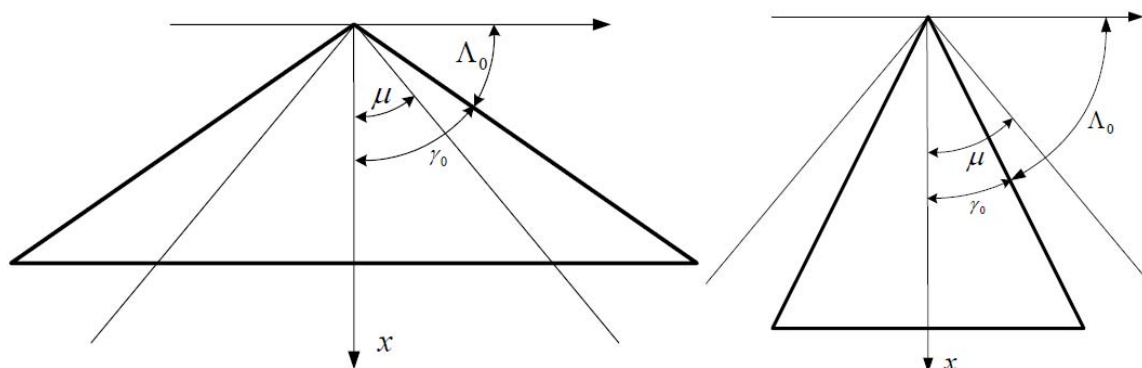


direktan zbog toga što segment sa koordinatom  $N=0$  pripada objema polovicama krila te podjela na 9 dijelova raspolavlja određene segmente. U svrhu „raspolavljanja“ određenih elemenata definiran je dodatni težinski faktor  $D^*$ .

### 3.4. Verifikacija novog aerodinamičkog modula

U dostupnoj literaturi iznimno je teško naći rezultate aerodinamičkog proračuna krila složenije geometrije, a posebice krila koje bi bilo na bilo koji način uvijeno. Niti jedno takvo rješenje nije se uspjelo naći, tako da će se kvantitativna usporedba rezultata morati raditi sa rješenjima krila jednostavnije geometrije.

Linearna teorija krila daje analitička rješenja za nezakrivljena delta krila nulte debljine (krilo profil ploča). Prema [8] razlikuje se rješenje za supersonično krilo i subsonično krilo, za definiciju kojih će nam poslužiti Slika 3.7.



**Slika 3.7. Definicija tipa krila prema kutu strijele i kutu Machovog konusa**

**Lijevo je supersonično krilo ( $m > 1$ ), a desno subsonično ( $m < 1$ ). [8]**

Za delta krilo kaže se da je supersonično ako se njegov napadni rub nalazi izvan Machovog konusa iz vrha krila, tj. ako je  $\gamma_0 > \mu$  kao što prikazuje Slika 3.7 lijevo, ili izraženo preko kuta strijele prednjeg ruba  $\Lambda_0 < 90^\circ - \mu$ .

U suprotnome, ako se napadni rub nalazi unutar Machovog konusa iz vrha krila, tj. ako je  $\gamma_0 < \mu$  kao što prikazuje Slika 3.7 desno tada kažemo da je krilo, odnosno njegov prednji rub, subsonično ( $\Lambda_0 > 90^\circ - \mu$ ).

Pri tome je kut Machovog konusa definiran sa

$$\operatorname{tg} \mu = \frac{1}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{Ma^2 - 1}} \quad (3.10)$$

što znači da će krilo biti supersonično ili subsonično ovisno u kutu strijele prednjeg ruba ali i o brzini leta.

Zato je definirana karakteristika

$$m = \frac{\operatorname{tg} \gamma_0}{\operatorname{tg} \mu} \quad (3.11)$$

koja pokazuje u kolikoj je mjeri napadni rub supersoničan odnosno subsoničan.

U literaturi, posebno onoj zapadnoj, često se u ovu svrhu koriste izrazi  $n$  i  $\beta \operatorname{ctg} \Lambda_0$ . Vrijedi

$$m = \frac{1}{n} = \beta \operatorname{ctg} \Lambda_0 \quad (3.12)$$

Ako je napadni rub supersoničan ( $m > 1$ ) onda se nailazeća struja na prednji rub dijeli na gornju i donju i nema utjecaja jedne na drugu, i ne postoji strujanja s jedne na drugu stranu krila. U suprotnom ako je prednji rub subsoničan ( $m < 1$ ) onda u području između Machovog konusa i prednjeg ruba ima strujanja s jedne na drugu površinu krila ako postoje razlike u tlaku.

Ova distinkcija tipova strujanja dovodi do različitog pristupa u definiciji područja postavljanja izvora, prilikom zadovoljavanja rubnih uvjeta u nekoj točki krila, za subsonično i za supersonično krilo.

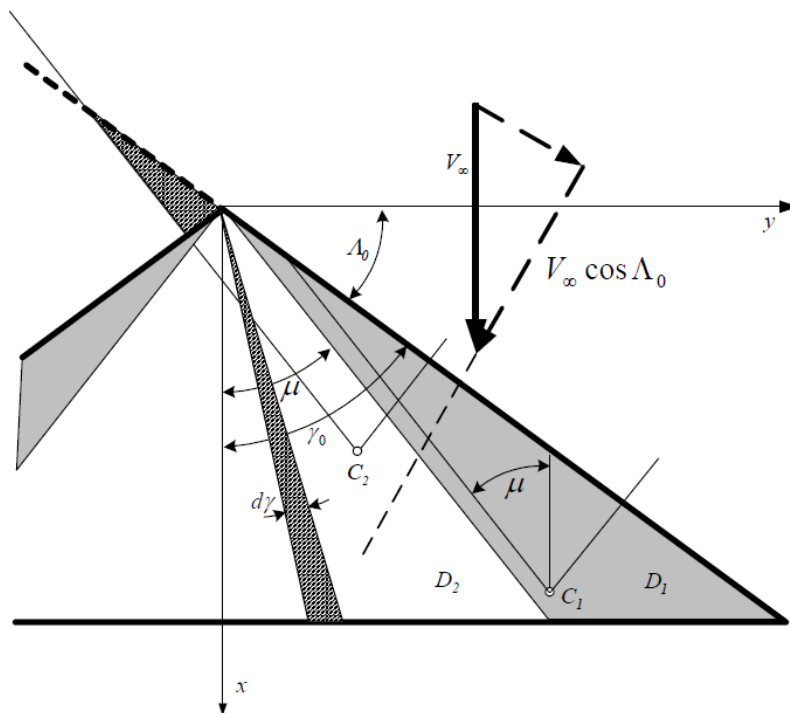
U nastavnom programu sadržanom unutar kolegija „Aerodinamika 2” na Fakultetu strojarstva i brodogradnje u Zagrebu taj različit pristup vodi do različitih načina rješavanja i različitih rješenja za slučajeve supersoničnog i subsoničnog krila.

Opisana i implementirana numerička metoda takvu distinkciju ne radi. Sam proračun neosjetljiv je na kut strijele prednjeg ruba krila, a nigdje nije ni postavljeno ograničenje veličine tog kuta. Štoviše, autori Carlson i Miller u [5] verificiraju svoja rješenja s egzaktnim analitičkim rješenjima za nezakrivljeno delta krilo profila ploče za oba slučaja, tj. kada je krilo supersonično i kada je subsonično.

Iako očito dolazi do kolizije u teoretskom pristupu problemu, izvan je mogućnosti ovog rada ulaziti u dubinu i razrješavanje ove nejasnoće.

Radi naredne usporedbe, ovdje će se izložiti dobiveno egzaktno rješenje distribucije tlaka prema linearnoj teoriji krila za supersonično i subsonično krilo.

Kod supersoničnog krila karakter rješenja razlikuje se za dva područja na krilu, područja označena kao  $D_1$  i  $D_2$  (Slika 3.8).



Slika 3.8. Distribucija tlaka supersoničnog krila. [8]

Koeficijent tlaka u području  $D_1$  dan je izrazom

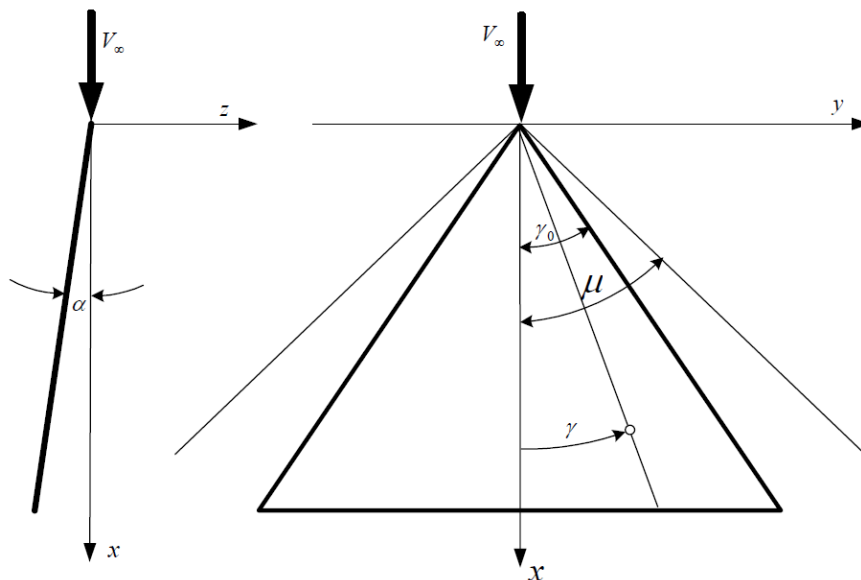
$$C_p = \frac{2 \operatorname{tg} \gamma_0}{\sqrt{m^2 - 1}} \alpha \quad (3.13)$$

što znači da je on unutar područja konstantan. Koeficijent tlaka u području  $D_2$  dan je izrazom

$$C_p(\gamma) = \frac{2 \operatorname{tg} \gamma_0}{\sqrt{m^2 - 1}} \alpha \left[ 1 - \frac{2}{\pi} \arcsin \frac{\sqrt{\left(\frac{1}{m}\right)^2 - \left(\frac{\operatorname{tg} \gamma}{\operatorname{tg} \gamma_0}\right)^2}}{\sqrt{1 - \left(\frac{\operatorname{tg} \gamma}{\operatorname{tg} \gamma_0}\right)^2}} \right] = \frac{2 \operatorname{tg} \gamma_0}{\sqrt{m^2 - 1}} \alpha F(\operatorname{tg} \gamma) \quad (3.14)$$

što znači da se unutar područja  $D_2$  mijenja ovisno o kutu  $\gamma$ .

Kod subsoničnog krila karakter rješenja isti je za cijelo krilo (Slika 3.9).



Slika 3.9. Distribucija tlaka subsoničnog krila. [8]

Koeficijent tlaka određen je izrazom

$$C_p(\gamma) = \frac{2 \operatorname{tg} \gamma_0}{E(k) \sqrt{1 - \left( \frac{\operatorname{tg} \gamma}{\operatorname{tg} \gamma_0} \right)^2}} \alpha, \quad (3.15)$$

gdje je

$$E = E(k) = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi} d\varphi, \quad k = \sqrt{1 - m^2}. \quad (3.16)$$

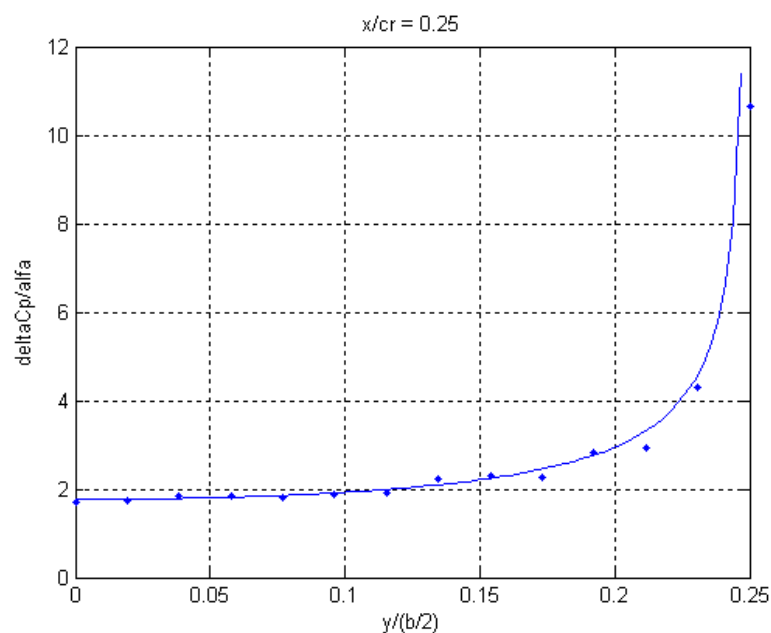
Kako se ne bi dva puta ponavljalo isto, karakter ovih rješenja prikazan je na dijagramima u sljedećim poglavljima zajedno s numeričkim rezultatima.

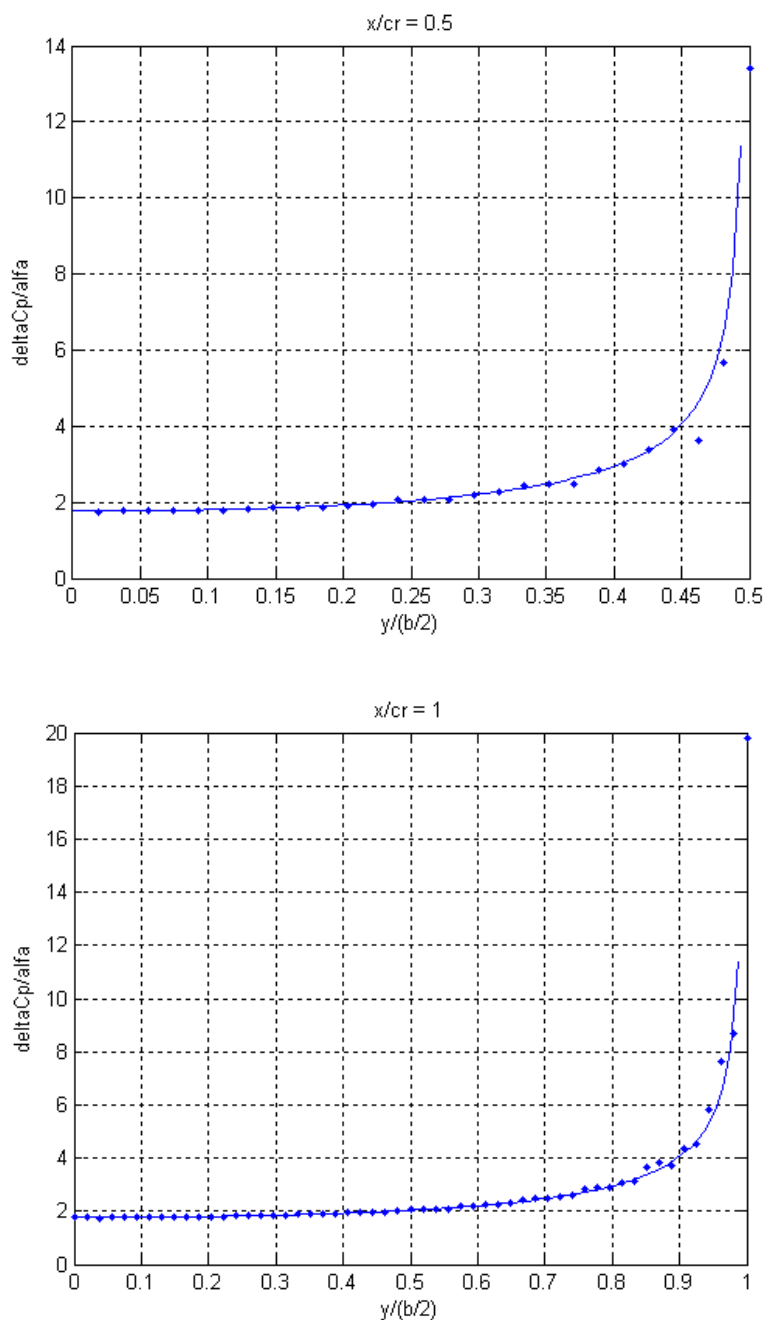
Ovdje će se pokazati da se rješenja dobivena ovom numeričkom metodom dobro podudaraju s egzaktnim rješenjima linearne teorije i za slučaj supersoničnog i za slučaj subsoničnog krila.

### 3.4.1. Distribucija tlaka subsoničnog delta krila, profila ploče

Usporedba rezultata numeričke metode i analitičkih rješenja za subsonično krilo rađena je za krilo strijele prednjeg ruba  $A_0 = 60^\circ$  pri brzini  $Ma = 1.5$ . Tome odgovara vrijednost  $m = \beta \operatorname{ctg} A_0 = 0.65$ .

Uspoređivana je distribucija diferencijalnog koeficijenta tlaka po presjeku krila ravninom okomitom na uzdužnu os zrakoplova. Presjek je rađen na tri pozicije. Na udaljenosti  $0.25c_r$ ,  $0.5c_r$ , te  $c_r$  od vrha krila gdje je  $c_r$  dužina korijene tetive krila. Rezultati su prikazani na tri uzastopna dijagrama (Slika 3.10). Na dijagramima se vidi kontinuirani karakter egzaktnog rješenja za razliku od diskretnog karaktera numeričkog rješenja.



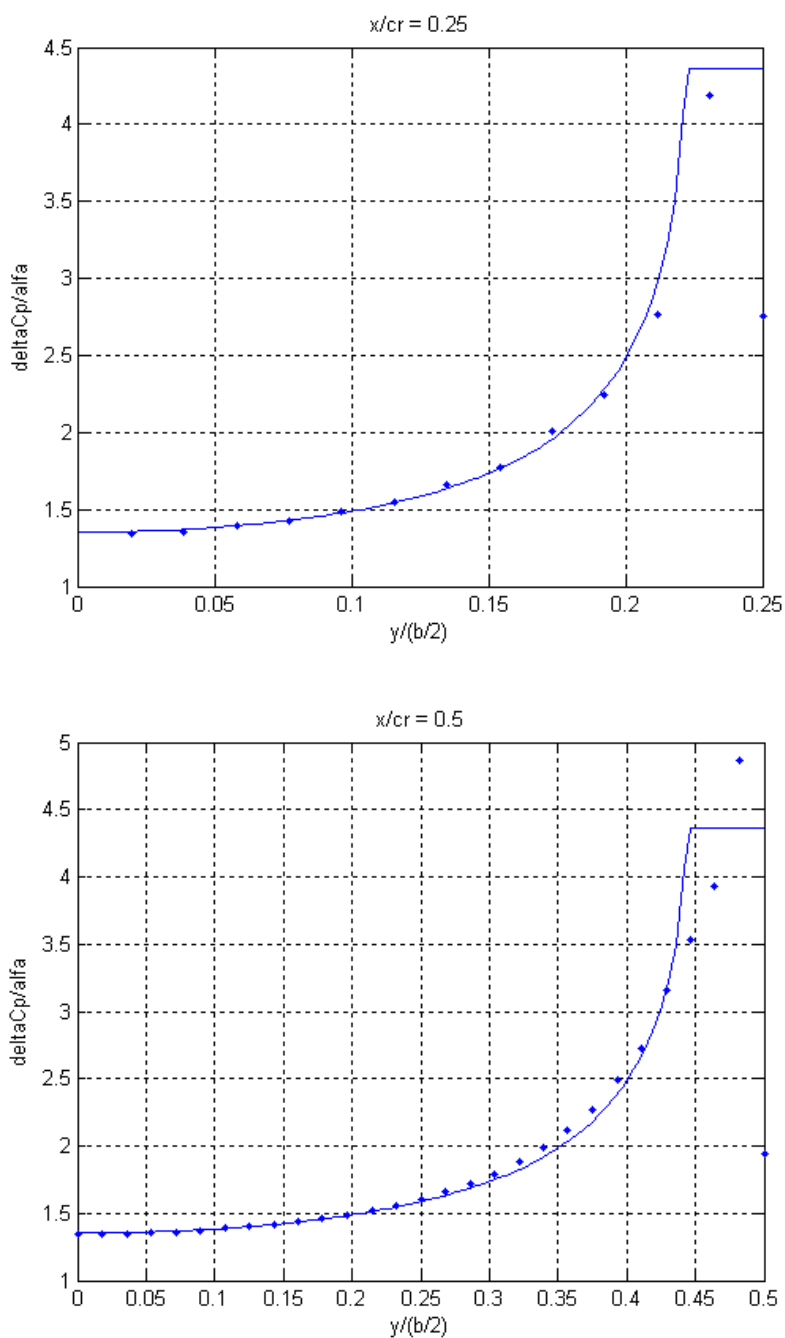


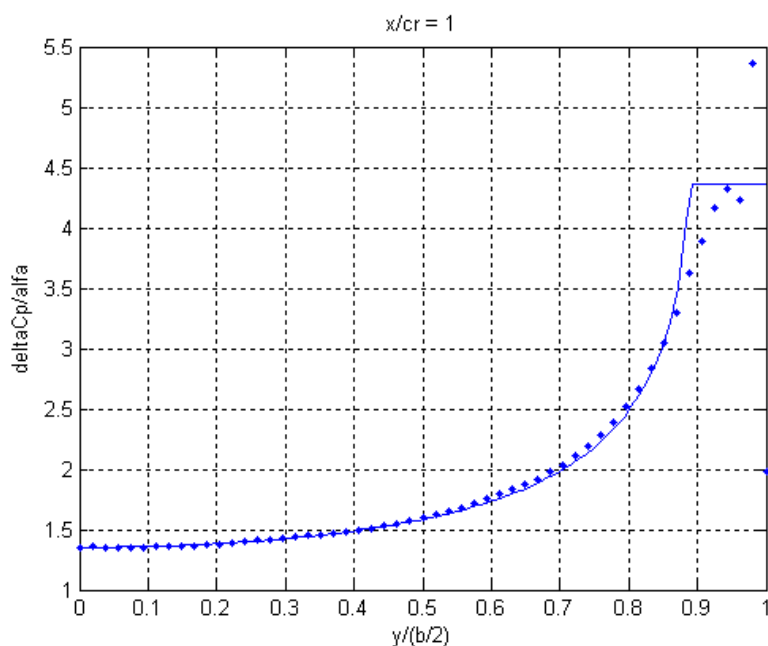
Slika 3.10. Distribucija tlaka po rasponu krila za tri  $x/c_r$  vrijednosti za subsonično krilo

### 3.4.2. Distribucija tlaka supersoničnog delta krila, profila ploče

Ovdje je usporedba rezultata numeričke metode i analitičkih rješenja za subsonično krilo rađena za krilo strijele prednjeg ruba  $A_0 = 60^\circ$  pri brzini  $Ma = 2.2$ . Tome odgovara vrijednost  $m = \beta \operatorname{ctg} A_0 = 1.13$ .

Uspoređena je opet distribucija diferencijalnog koeficijenta tlaka po presjeku krila ravninom okomitom na uzdužnu os zrakoplova. Presjek je rađen na tri pozicije. Na udaljenosti  $0.25c_r$ ,  $0.5c_r$ , te  $c_r$  od vrha krila. Rezultati su prikazani na tri uzastopna dijagrama (Slika 3.11).





**Slika 3.11. Distribucija tlaka po rasponu krila za tri  $x/c_r$  vrijednosti za supersonično krilo**

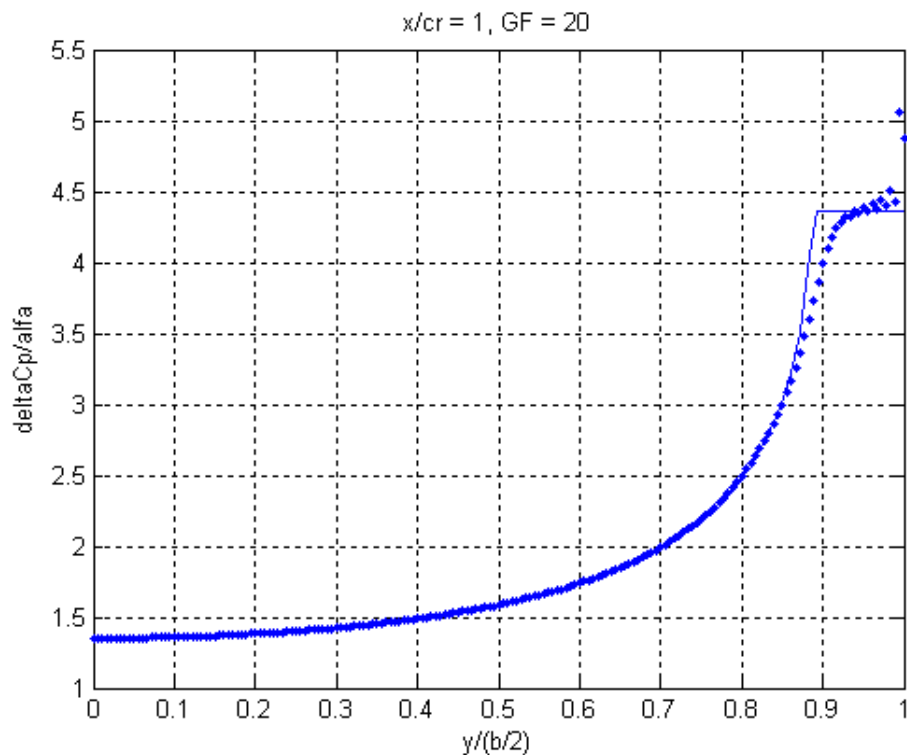
U oba slučaja vidi se iznimno dobra podudarnost numeričkog i analitičkog rješenja u području gdje je promjena koeficijenta tlaka po koordinati  $y$  mala. U području većih promjena dolazi do određene promjene, moglo bi se reći, karaktera rješenja kod supersoničnog krila. A kod elemenata pri kraju krila i do određenih oscilacija.

Carlson i Miller u [5] radili su usporedbu istovjetnu ovoj za vrijednosti  $m = \beta \operatorname{ctg} A_0 = 0.4 \div 1.6$  sa korakom od 0.2. Pokazalo se da su te oscilacije najveće baš za vrijednosti  $m = \beta \operatorname{ctg} A_0 \leq 0.6$  i oko vrijednosti  $m = \beta \operatorname{ctg} A_0 = 1.2$  što se otprilike podudara s gornja dva slučaja. U praksi su najzanimljivije vrijednosti  $m = \beta \operatorname{ctg} A_0 = 0.6 \div 1.0$  za koje metoda po cijelom rasponu daje iznimno dobro podudaranje numeričkog i analitičkog rješenja. Također rješenja ne pokazuju nikakvu nestabilnost za vrijednost  $m = \beta \operatorname{ctg} A_0 = 1.0$  što je bio slučaj za metodu [6] koja je bila preteča ovoj. Ona je spomenuta na početku poglavlja samog opisa metode.

U gornjim rješenjima korišten je faktor  $GF=6$  što daje 54 elemenata po polurasponu krila za presjek  $x=c_r$ . Puno veći broj elemenata mogao se koristiti ali nije zbog potencijalnog dugotrajnog računanja ukupne optimizacije. Ako bismo u gornjem slučaju supersoničnog krila promijenili faktor  $GF$  na vrijednost  $GF=20$  (180 elemenata po polurasponu) dobili bismo



bitno manje oscilacije (Slika 3.12). Odstupanje koje ostaje mogli bismo nazvati sustavnim. Metoda očito ne može dati toliko oštre promjene gradijenta tlaka po koordinati  $y$ .



**Slika 3.12. Smanjene oscilacije koeficijenta tlaka pri velikom broju elemenata**

### 3.4.3. Usporedba koeficijenata uzgona

Analitičko rješenje linearne teorije daje sljedeće gradijente koeficijenta uzgona po napadnom kutu

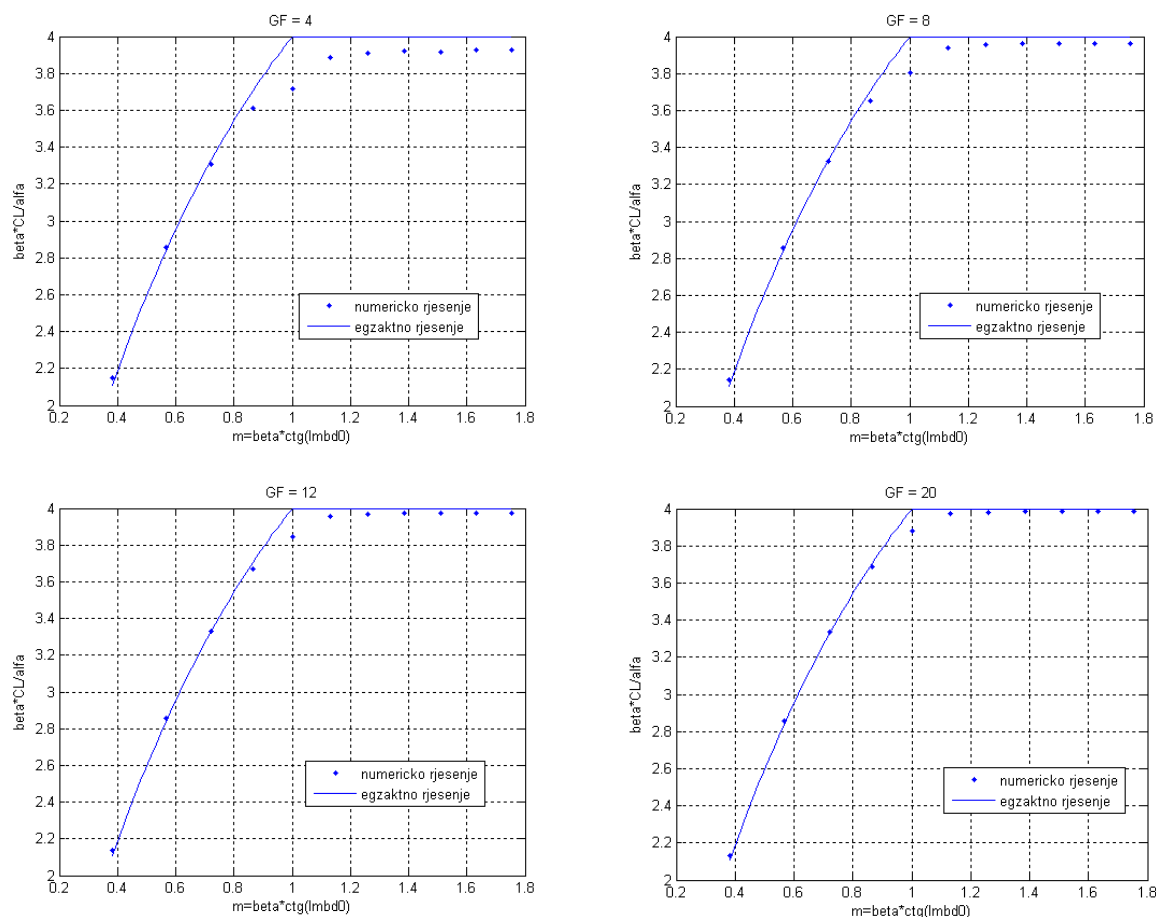
- za supersonično krilo:  $\frac{\partial C_L}{\partial \alpha} = \frac{4}{\beta}$
- za subsonično krilo  $\frac{\partial C_L}{\partial \alpha} = \frac{2\pi \operatorname{tg} \gamma_0}{E(k)}$

Vidi se da su ti gradijenti konstantni, tj. nisu ovisni o napadnom kutu  $\alpha$ . Iz izraza (3.2) u kojem svaki od pribrojnika linearno ovisi o napadnom kutu  $\alpha$  vidljivo je da će ti gradijenti također biti konstantni. Tako da usporedbu koeficijenata uzgona možemo raditi tako da uspoređujemo njihove gradijente po napadnom kutu  $\alpha$ .

Za ovu usporedbu korišteno je krilo kuta strijele napadnog ruba  $\Lambda_0 = 60^\circ$ . Vrijednost Machovog broja mijenjana je od vrijednosti  $Ma = 1.2$  do  $Ma = 3.2$  sa korakom od 0.2. To je

rezultiralo vrijednostima  $m = \beta \text{ctg} A_0$  od oko 0.4 do oko 1.8. Također je mijenjan broj elemenata po polurasponu mijenjanjem faktora  $GF$ . Slika 3.13 prikazuje vrijednosti gradijenata koeficijenta uzgona po napadnom kutu pomnoženog faktorom  $\beta$  u ovisnosti o vrijednosti  $m = \beta \text{ctg} A_0$  za različite vrijednosti faktora  $GF$  od 4,8,12 i 20.

Povećanjem faktora  $GF$  uočljivo je približavanje egzaktno određenim gradijentima. Povećanjem faktora  $GF$  dolazi do brzog povećanja potrebnog vremena računanja tako da će vrijeme računanja na kraju određivati odabrani faktor  $GF$ . No, već i pri odabiru relativno malih vrijednosti faktora  $GF$  dobivaju se poprilično dobri rezultati, posebice u nekim područjima vrijednosti  $m = \beta \text{ctg} A_0$ . Usporedba potrebnih vremena računanja za različite vrijednosti faktora  $GF$  može se vidjeti u sljedećem poglavlju (Tablica 4.4).



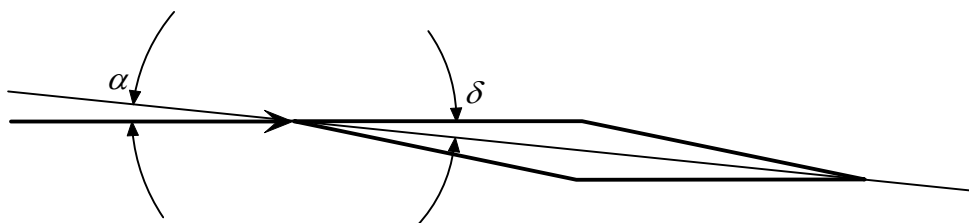
**Slika 3.13.** Ovisnost gradijenta koeficijenta uzgona po napadnom kutu o vrijednosti  $m$

#### 3.4.4. Usporedba koeficijenta otpora za krilo realne debljine

Egzaktno rješenje distribucije tlaka linearne teorije krila jednostavno je za krilo profila klin, dakle krila kojem se apsolutna debljina konstantno povećava od prednjeg ruba prema stražnjem rubu te je na kraju „odsječeno“. No ukoliko želimo odrediti distribuciju tlaka za krilo romboidnog profila tada je to rješenje poprilično složeno te se karakter rješenja mijenja na različitim dijelovima krila, a tih dijelova ima mnogo. Zato bi se rješenje tog tipa moralo relativno dugo računati i odnosilo bi se samo na taj tip geometrije krila (primjerice na delta krilo dok bi za trapezno krilo ono bilo bitno drukčije). Zbog ograničenosti vremenom rađena je pojednostavljena usporedba s egzaktnim rješenjem.

Naime, jednostavno se nalaze koeficijenti uzgona i otpora za sam romboidni profil. Dakle, ne za cijelo krilo. Tako da je rađena usporedba koeficijenata dobivenih novim modulom za krilo s koeficijentima za romboidni profil.

U [8] koeficijenti za profil dobiveni su za slučaj profila relativne debljine  $t/c = 0.176$  ( $\delta = 10^\circ$ ) pod napadnim kutom  $\alpha = 10^\circ$  (Slika 3.14).



Slika 3.14. Romboidni profil pod napadnim kutom. [8]

Kako bi se koeficijenti za krilo što je moguće više približili koeficijentima za profil definirano je pravokutno krilo velike vitkosti ( $AR = 20$ ), iste debljine i pod istim napadnim kutom te bez napadnog kuta kako bi se izolirao samo utjecaj debljine profila. Iz danog proračuna u [8] također je izoliran utjecaj debljine profila radi usporedbe.

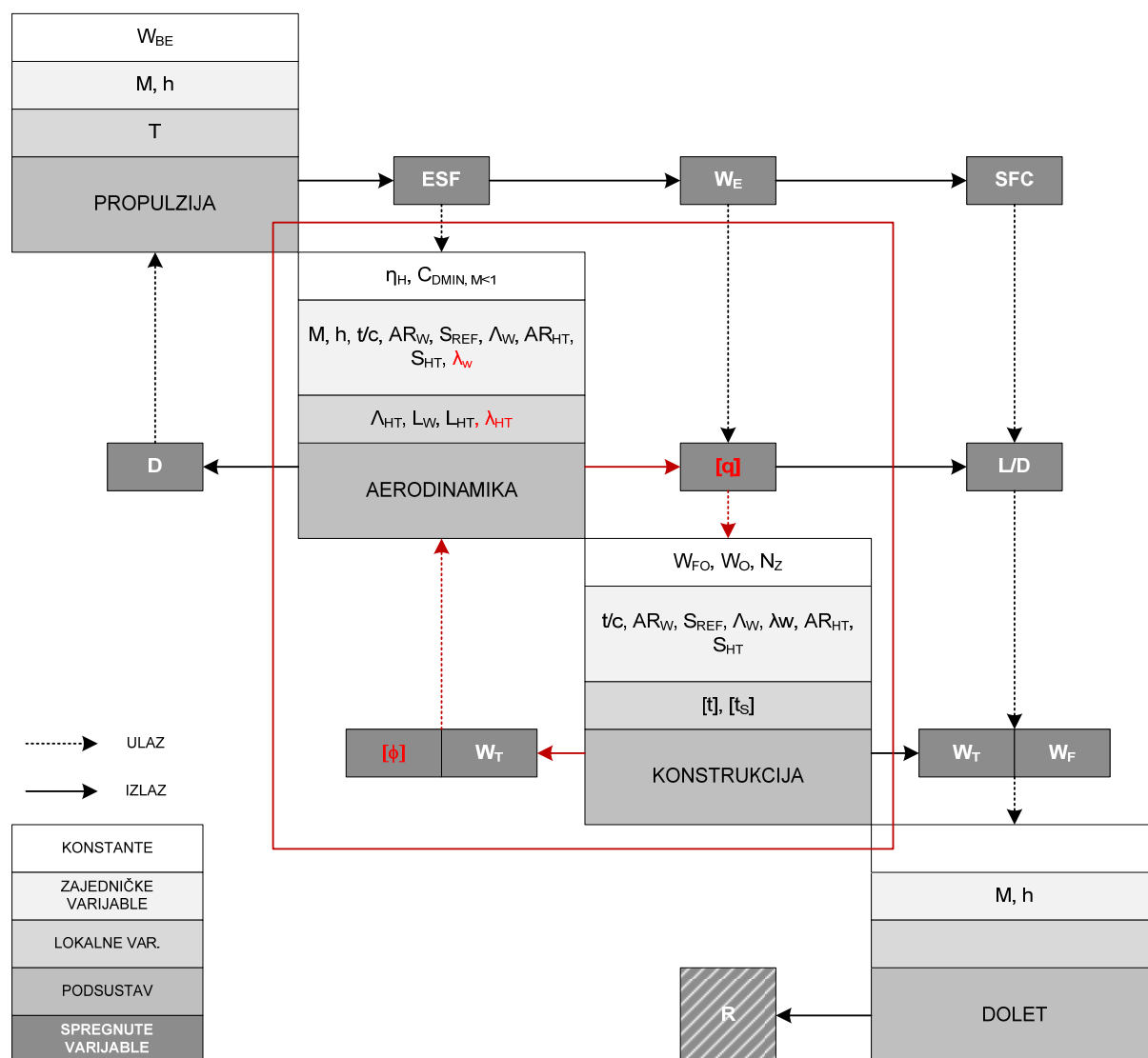
Rezultati pokazuju dosta dobro poklapanje (Tablica 3.1). Potrebno je naglasiti da kod krila ipak postoji određeni utjecaj njegovih krajeva. Iako nisu bili cilj ove usporedbe, dani su i koeficijenti uzgona.

**Tablica 3.1. Usporedba koeficijenata otpora pravokutnog krila velike vitkosti i profila**

	$\alpha = 0$		$\alpha = 10^\circ$	
METODA PRORAČUNA	$c_l, C_L$	$c_d, C_D$	$c_l, C_L$	$c_d, C_D$
egzaktno rješenje	0	0.0704	0.404	0.141
numeričko rješenje	0	0.0681	0.398	0.137

#### 4. INTEGRACIJA AERODINAMIČKOG I KONSTRUKCIJSKOG MODULA

Proračunski moduli, njihove varijable i interakcije nakon provedenih modifikacija aerodinamičkog modula prikazani su na dijagramu (Slika 4.1).



Slika 4.1. Dijagram interakcija proračunskih modula

Crvenim okvirom izdvojeni su moduli aerodinamike i konstrukcije i njihova međusobna interakcija. Ona se sada sastoji u tome da konstrukcijski modul dobiva od aerodinamičkog

distribuciju uzgona a daje mu ukupnu masu zrakoplova i vektor kutova uvijanja uslijed aerodinamičkog opterećenja. Također, aerodinamički modul radi s dvije nove varijable. To su suženje krila  $\lambda_w$  koje je prije koristio samo konstrukcijski modul i suženje horizontalnog stabilizatora  $\lambda_{HT}$ .

Da bi se istražila međusobna interakcija novog modula aerodinamike i konstrukcije, ta dva modula su integrirana.

Integracija je napravljena pomoću skripte `integracija.m` koja je dana u prilogu. Ona simulira okruženje ukupnog optimizacijskog modula. Tako su u njoj na početku definirane vrijednosti svih varijabli koje iz globalnog okruženja dolaze u module. Varijabla konstrukcijskog uvijanja `delta_alfa` postavljena je na vrijednost nula kako bi krilo u prvoj iteraciji bilo neuvijeno. Isto tako, varijabla `aero_twist` postavljena je na nulu.

U prvoj iteraciji skripta poziva funkciju `BB_WingCalc.m` koja nakon konvergencije potrebnom uzgonu vraća isti te otpor i distribuciju uzgona (`aero_load`). Nakon toga poziva funkciju `CalcStructTwist.m` u koji ulazi upravo izračunata distribucija `aero_load`. Funkcija `CalcStructTwist.m` vraća varijablu `aero_twist` koja sadrži kutove uvijanja po određenim pozicijama duž raspona krila uslijed aerodinamičkog opterećenja (distribucije uzgona).

U drugoj iteraciji funkcija `BB_WingCalc.m` poziva se s prethodno izračunatim kutovima uvijanja (`aero_twist`) te će sada uvijeno krilo, opet konvergirajući potrebnom uzgonu, dati neku drukčiji distribuciju uzgona. S tom distribucijom se poziva funkcija `CalcStructTwist.m` koja vraća sada nove kutove uvijanja.

Postupak se ponavlja određeni proizvoljni broj puta, a uvjet konvergencije postavljen je prema promjeni kutova uvijanja uslijed opterećenja. I to tako da zbroj apsolutnih vrijednosti razlika svih 9 kutova između dvije iteracije bude manji od proizvoljnog iznosa, ovdje postavljenog na vrijednost 0.001 rad.

Proračun je rađen za dva slučaja (Tablica 4.1). U oba slučaja varijable debljina konstrukcijskih elemenata su iste. Aerodinamičke varijable su također iste, izuzev kuta strijele krila i horizontalnog stabilizatora. Time se želio pokazati njegov utjecaj na rezultirajuće uvijanje krila. Naime, kako je ukratko opisano u 2. poglavlju, kod većih kutova strijele dominantan utjecaj na uvijanje krila ima moment savijanja.

Tablica 4.2 i Tablica 4.3 prikazuju vrijednosti nekih zanimljivih varijabli po iteracijama. Oba slučaja su konvergirala, prvi nakon 5 iteracija a drugi nakon 8. Kao što je i očekivano kutovi uvijanja uslijed opterećenja manji su u prvom slučaju, tj. za manji kut strijele krila.

Pokazalo se da povećanjem kuta strijele konvergencija postaje sve sporija da bi za neki kut strijele ponašanje postalo divergentno. Kako varijable konstrukcijskog modula nisu provjerene kao neke realne za ovakve geometrije krila, teško je konstatirati da li je elastično ponašanje konstrukcije realistično. Može se konstatirati da će za fiksne debljine elemenata konstrukcije s povećanjem kuta strijele krila dolaziti do sve većih kutova uvijanja i u nekom trenutku ovakav algoritam iterativnog rješavanja može početi divergirati. Ukoliko bi se taj problem javljao i za realne varijable konstrukcijskog modula moguće ga je riješiti modifikacijama iterativnog algoritma primjenom, primjerice, strategije reduciranog koraka.

Možda najbitnije, imajući u vidu namjenu aerodinamičkog modula, je uočiti promjenu sile otpora odnosno omjera  $L/D$ . Omjer  $L/D$  je bitan pošto sudjeluje u izrazu za dolet čija maksimizacija je cilj cijele optimizacije. Čini se kako se on prilično malo mijenja od onog za kruto krilo (iteracija 1) do onog za elastično (zadnja iteracija).

Tu se može postaviti pitanje koliko je uopće potrebno u ovoj fazi projektiranja zrakoplova uzimati u obzir aeroelastično ponašanje zrakoplova. Odgovor se na temelju ova dva slučaja nikako ne može dati.

**Tablica 4.1. Dva seta varijabli za integraciju modula**

Oznaka	Značenje	Projekt 1	Projekt 2	Mjerna jedinica
$Ma$	Mach-ov broj	1.6	1.6	-
$H$	visina leta	50000	50000	ft
$W_T$	masa zrakoplova	50000	50000	lb
$t/c_W$	relativna debljina aeroprofila krila	0.05	0.05	-
$t/c_{HT}$	rel. debljina aeroprofila hor. stab.	0.05	0.05	-
$AR_W$	vitkost krila	5.5	5.5	-
$S_{REF}$	referentna površina krila	500	500	ft <sup>2</sup>
$A_W$	strijela krila	30	<b>40</b>	deg
$AR_{HT}$	vitkost repa	5.5	5.5	-
$S_{HT}$	površina repa	100	100	ft <sup>2</sup>
$A_{HT}$	strijela repa	30	<b>40</b>	deg
$L_W$	položaj krila	0.1	0.1	%MAC
$L_{HT}$	položaj repnih površina	2.5	2.5	%MAC

$\lambda_w$	suženje krila	0.25	0.25	-
$\lambda_{HT}$	suženje hor.stab.	0.25	0.25	-
$\delta$ $\alpha$	konstrukcijsko uvijanje	0	0	rad
Root	$(t_s)_{TOP}$	4	4	in
	$(t)_{TOP}$	3	3	in
	$(t_s)_{Bottom}$	4	4	in
	$(t)_{Bottom}$	3	3	in
	$(t_s)_{Side}$	4	4	in
	$(t)_{Side}$	3	3	in
Midd	$(t_s)_{TOP}$	3	3	in
	$(t)_{TOP}$	2	2	in
	$(t_s)_{Bottom}$	3	3	in
	$(t)_{Bottom}$	2	2	in
	$(t_s)_{Side}$	3	3	in
	$(t)_{Side}$	2	2	in
Tip	$(t_s)_{TOP}$	2	2	in
	$(t)_{TOP}$	1	1	in
	$(t_s)_{Bottom}$	2	2	in
	$(t)_{Bottom}$	1	1	in
	$(t_s)_{Side}$	2	2	in
	$(t)_{Side}$	1	1	in

Tablica 4.2. Rezultati za prvi set varijabli,  $\alpha_{LE}=30^\circ$ 

	$y/(b/2)$	It. 1	It. 2	3	4	5
aero_twist [rad]	0	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001
	1/9	-0.0034	-0.0031	-0.0031	-0.0031	-0.0031
	2/9	-0.0067	-0.0059	-0.0060	-0.0060	-0.0060
	.	-0.0104	-0.0090	-0.0093	-0.0092	-0.0092
	.	-0.0145	-0.0125	-0.0128	-0.0128	-0.0128
	.	-0.0194	-0.0164	-0.0170	-0.0169	-0.0169
	.	-0.0253	-0.0210	-0.0219	-0.0217	-0.0217
	7/9	-0.0317	-0.0260	-0.0271	-0.0269	-0.0270
	8/9	-0.0392	-0.0318	-0.0332	-0.0330	-0.0330
	segment	It. 1	It. 2	3	4	5
aero_load *10 <sup>-3</sup> [lb]	1	3.6316	4.2300	4.1267	4.1467	4.1428
	2	3.6646	4.1799	4.0871	4.1050	4.1015
	.	3.5993	3.9757	3.9030	3.9171	3.9144
	.	3.4564	3.6563	3.6119	3.6206	3.6189
	.	3.1974	3.1917	3.1838	3.1854	3.1851
	.	2.8130	2.5873	2.6225	2.6158	2.6171
	7	2.3795	1.9617	2.0388	2.0239	2.0268
	8	1.9386	1.3914	1.4997	1.4785	1.4827
	9	1.3614	0.8678	0.9685	0.9487	0.9526
$D$ [lb]		4803	4815	4799	4802	4801



$L/D$		10.41	10.38	10.42	10.41	10.41
-------	--	-------	-------	-------	-------	-------

**Tablica 4.3. Rezultati za drugi set varijabli,  $\alpha_{LE}=40^\circ$** 

	$y/(b/2)$	It. 1	It. 2	3	4	5	6	7	It. 8
aero_twist [rad]	0	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001
	1/9	-0.0086	-0.0065	-0.0073	-0.0070	-0.0071	-0.0071	-0.0071	-0.0071
	2/9	-0.0152	-0.0114	-0.0129	-0.0123	-0.0125	-0.0124	-0.0125	-0.0124
	.	-0.0229	-0.0167	-0.0191	-0.0182	-0.0186	-0.0184	-0.0185	-0.0184
	.	-0.0316	-0.0224	-0.0260	-0.0246	-0.0252	-0.0249	-0.0250	-0.0250
	.	-0.0424	-0.0289	-0.0343	-0.0321	-0.0330	-0.0326	-0.0328	-0.0327
	.	-0.0557	-0.0362	-0.0439	-0.0408	-0.0421	-0.0416	-0.0418	-0.0417
	7/9	-0.0705	-0.0440	-0.0546	-0.0504	-0.0521	-0.0514	-0.0517	-0.0516
	8/9	-0.0883	-0.0533	-0.0674	-0.0617	-0.0640	-0.0631	-0.0635	-0.0633
	segment	It. 1	It. 2	3	4	5	6	7	It. 8
aero_load *10 <sup>-3</sup> [lb]	1	3.1958	4.3896	3.9627	4.1333	4.0646	4.0923	4.0811	4.0856
	2	3.3533	4.4147	4.0181	4.1770	4.1130	4.1388	4.1284	4.1326
	.	3.4107	4.2306	3.9037	4.0352	3.9822	4.0036	3.9950	3.9984
	.	3.3682	3.8600	3.6405	3.7295	3.6936	3.7081	3.7022	3.7046
	.	3.2362	3.3310	3.2566	3.2877	3.2751	3.2802	3.2781	3.2789
	.	3.0104	2.6545	2.7614	2.7196	2.7364	2.7296	2.7323	2.7312
	7	2.6505	1.8297	2.1389	2.0151	2.0650	2.0449	2.0530	2.0497
	8	2.1853	0.9677	1.4628	1.2631	1.3436	1.3111	1.3242	1.3190
	9	1.6233	0.3579	0.8905	0.6749	0.7619	0.7268	0.7409	0.7352
$D$ [lb]		4764	4851	4718	4757	4739	4746	4743	4744
$L/D$		10.49	10.30	10.59	10.5	10.54	10.53	10.53	10.53

#### 4.1. Analiza računalne zahtjevnosti novog aerodinamičkog modula

Nakon integracije rađena je kratka analiza računalne zahtjevnosti aerodinamičkog modula. Uspoređivano je vrijeme koje je potrebno aerodinamičkom modulu (funkciji BB\_WingCalc.m) da za ulazne parametre izračuna izlazne i isto takvo vrijeme za konstrukcijski modul. To je rađeno za tri vrijednosti faktora  $GF$ . Rezultate prikazuje Tablica 4.4.

**Tablica 4.4. Vrijeme računanja aerodinamičkog i konstrukcijskog modula**

$GF$	STRUCT [s]	AERO [s]
4	0.002	0.4
8	0.002	3.3
12	0.002	12.3

Iz ove kratke analize čini se da je aerodinamički modul dosta zahtjevniji od konstrukcijskog. Faktor  $GF$  uzet je isti za krilo i horizontalni stabilizator. Podrobnija analiza trebala bi analizirati potrebne faktore  $GF$  za željenu točnost. Očito je kako će potrebni faktor  $GF$  za krilo biti veći od onog za horizontalni stabilizator pošto on ima manji udio u ukupnim aerodinamičkim koeficijentima, tj. silama.

S druge strane, gore navedena vremena u apsolutnom smislu trenutačno ne znače mnogo. Teško je u ovoj fazi reći koliko se puta ponavlja izračun aerodinamičkih karakteristika u ukupnom procesu optimizacije i koje je njegovo poželjno vrijeme trajanja. Isto tako, gore navedena vremena dobivena su na računalu opremljenom s Intel Core2 Duo CPU L9400 1,86 GHz, 2GB RAM..

## 5. ZAKLJUČAK

Zahtjevi postavljeni pred metodu koja će izračunavati aerodinamičke karakteristike bili su brojni.

Metoda je morala lako podnijeti promjene tlocrtnih geometrija nosećih površina. U optimizaciji predstavljenoj u [1] ograničili su se na trapezno krilo i horizontalni stabilizator kod kojih se kut strijele mijenjao u rasponu od  $40^\circ$  do  $70^\circ$  a suženje u rasponu od 0.1 do 0.4. Sudeći na temelju postojećih nadzvučnih zrakoplova i nekih poznatih koncepata upravo putničkih nadzvučnih zrakoplova, teško je biti siguran kako će se sveukupno mogući optimalan dizajn naći upravo u tom rasponu koji djeluje kao da je preuzet iz kakve optimizacije podzvučnog zrakoplova.

Implementirana metoda u novom aerodinamičkom modulu pokazala se iznimno pogodnom za razne varijacije tlocrtne geometrije krila. Ona tako može raditi s trapeznim krilom bez obzira na kutove strijele prednjeg ili zadnjeg ruba krila. Može raditi s delta ili streličastim (engl. *arrow wing*) krilom kao slučajem trapeznog krila sa suženjem jednakim nuli. Pokazala je dobre rezultate čak i za pravokutno krilo. A određenim modifikacijama u načinu definiranja geometrije mogla bi raditi i s krilom zaobljene linije prednjeg i/ili stražnjeg ruba. Optimizacija bi se, s novim modulom, mogla raditi u vrlo širokom području mogućih tlocrtnih geometrija krila.

Metoda je implementirana za krilo s profilom romboidnog oblika. Određenim modifikacijama modul bi se mogao prilagoditi i za profile složenijeg oblika.

Metoda je morala prihvatiti uvijeno krilo iz objašnjenih razloga. Metoda je pokazala kako joj to ne predstavlja problem. Time je dobivena mogućnost uvođenja dodatne varijable kojom se na globalnoj razini optimizacije definira geometrija krila. To je varijabla konstrukcijskog uvijanja krila (engl. *jig twist*). Dakle metoda sada može varirati i kut uvijanja neopterećenog krila kako bi se dobio optimalan rad opterećenoga krila. To konstrukcijsko uvijanje implementirano je na najjednostavniji način, linearnom promjenom napadnog kuta po rasponu. U slučaju potrebe, ono se može definirati i nekom složenijom funkcijom za pronalaženje eventualno boljeg optimuma.

Što se tiče računalne zahtjevnosti, koja je ukratko analizirana u prethodnom poglavlju, nije lako reći je li metoda pogodna ili nije. Može se zaključiti da je neusporedivo brža od, primjerice, CFD metoda. Pogodnost ponajviše ovisi o zahtjevima onoga tko će je koristiti. Metoda se ne čini zahtjevnom, ali je ipak dosta zahtjevnija od, primjerice, konstrukcijskog modula.

Validacija modula je pokazala da je točnost modula zadovoljavajuća za korištenje u ranim fazama projektiranja, tj. u konceptualnom projektiranju. Bitno je naglasiti kako se iznimno lako vrši utjecaj na razinu točnosti odabirom jednog parametra (*grid factor*,  $GF$ ) kojim se definira gustoća mreže. Već i pri relativno malim vrijednostima parametra  $GF$  (primjerice  $GF=4$ ) točnost rezultata mogla bi biti prihvatljiva.

Odabirom parametra  $GF$  utječe se i na računalnu zahtjevnost. To znači da se njegovim odabirom mijenja točnost rezultata na uštrb računalne zahtjevnosti i obratno. Modul se time lako prilagođava sveukupnom modulu za optimizaciju.

Analiza utjecaja parametra  $GF$  na odnos točnosti i računalne zahtjevnosti mogla bi biti predmet nekog budućeg rada, a „naštimavanje“ parametra  $GF$  je na budućem korisniku programa prema njegovim zahtjevima.

Integracijom modula (poglavlje 4) i dobivanjem rezultata postavilo se i pitanje svih pitanja ovog diplomskog rada. A to je pitanje koliko je uopće potrebno u ovoj fazi projektiranja zrakoplova uzimati u obzir aeroelastično ponašanje zrakoplova. Ovaj diplomski rad odgovor na to pitanje ne može dati ali se na temelju rezultata ovog diplomskog rada može napraviti analiza koja bi to mogla.

## **PRILOG**

- I. Ispis MATLAB kodova funkcija i skripti koje čine novi aerodinamički modul

## LITERATURA

- [1] Agte JS., Sobieszczanski-Sobieski J, Sandusky RR (1999) *Supersonic Business Jet Design Through Bi-Level Integrated System Synthesis*, 1999 World Aviation Conference, San Francisco, CA, 1999-01-5622
- [2] Halasz J, *Seminarski rad iz kolegija „Osnivanje konstrukcije zrakoplova“*, FSB Zagreb, 2012
- [3] Semenov O, *Izdvajanje programskih modula za projektiranje nadzvučnog poslovnog zrakoplova*, Seminarski rad, FSB Zagreb, 2011a
- [4] Chittick IR, Martins JRRA (2008) *An asymmetric suboptimization approach to aerostructural optimization*
- [5] Carlson HW, Miller DS, *Numerical analysis of wings at supersonic speeds*. NASA Tech. Note D-7713, 1974
- [6] Middleton WD, Carlson HW, *A numerical method for calculating the flat-plate pressure distribution on supersonic wings of arbitrary planform*. NASA Tech. Note D-2570, 1965
- [7] Lomax H, Heaslet MA, Fuller FB, *Integrals and integral equations in linearized wing theory*. NACA Report 1054, 1951
- [8] Janković S, *Aerodinamika 2*, predavanja, FSB Zagreb, 2007
- [9] Prebeg P, *Višekriterijsko projektiranje složenih tankostjenih konstrukcija*, Doktorski rad, FSB Zagreb, 2011
- [10] Corke TC, *Design of Aircraft*, Pearson Education, Inc., Prentice Hall, Upper Hall, Upper Saddle River, 2003
- [11] Janković S, *Mehanika leta zrakoplova*, FSB Zagreb, 2001

```
1 clear;
2 H=50000;
3 M=1.6;
4 Sht=100;
5 Sref=500;
6 Wt=50000;
7 Nh=0.92; %procjena prema "Jankovic, Mehanika leta"
8 Lw=0.1;
9 Lh=2.5;
10 ARw=5.5;
11 ARht=5.5;
12 Sw_w=40;
13 Sw_ht=40;
14 taper_w=0.25;
15 taper_ht=0.25;
16 t_c_w=0.05;
17 t_c_ht=0.05;
18
19 delta_alfa=0;
20
21 %definiranje aero_twist - uvijanje uslijed opterećenja
22 for i=1:9
23     aero_twist(i)=0*i; %u radijanima
24 end
25 aero_twist(10)=aero_twist(9);
26 aero_twist(11)=aero_twist(10);
27
28 numIter=0;
29 for i=1:15
30     aeroLast=aero_twist;
31     ticID1=tic;
32     [D,L_D,L,aero_load_w,aero_load_ht]=BB_WingCalc(H, M, Nh, Sht, Sref, Wt, ✓
aero_twist,delta_alfa, ARht, ...
33     ARw, Sw_w, Sw_ht,t_c_w, t_c_ht,Lw, Lh,taper_w, taper_ht);
34     mTimeaero(i)=toc(ticID1);
35
36     ticID2=tic;
37     [aero_twist] = CalcStructTwist(t_c_w,taper_w,ARw,Sref,Sw_w,0,aero_load_w) ✓
*pi/180;
38     aero_twist(10)=aero_twist(9);
39     aero_twist(11)=aero_twist(10);
40
41     mTimestr(i)=toc(ticID2);
42     eThis=0;
43     for j=1:length(aero_twist)
44         eThis=eThis+abs(aero_twist(j)-aeroLast(j));
45     end
46     numIter=numIter+1;
47     if ( eThis < 0.001)
48         break;
49     end
50 end
```

```

1 function [D,L_D,L,aero_load_w,aero_load_ht]=BB_WingCalc(H, M, Nh, Sht, Sref, Wt, ✓
aero_twist,delta_alfa, ARht, ...
2     ARw, Sw_w, Sw_ht,t_c_w, t_c_ht,Lw, Lh,taper_w, taper_ht)
3
4 GF_w=6;
5 GF_ht=6;
6
7 dc=8/(sqrt(ARw*Sref)+8); %pretpostavljni promjer trupa 8ft
8
9 Sw_w=Sw_w*pi/180;
10 Sw_ht=Sw_ht*pi/180;
11
12 if H<36089
13     V = M*(1116.39*sqrt(1-(6.875e-06*H)));
14     rho = (2.377e-03)*(1-(6.875e-06*H))^4.2561;
15 else
16     V = M*968.1;
17     rho = (2.377e-03)*(.2971)*exp(-(H-36089)/20806.7);
18 end
19 q=.5*rho*(V^2);
20 a=q*Sref;
21 b=Nh*q*Sht;
22 c=Lw;
23 d=(Lh)*Nh*(Sht/Sref);
24 A=[a b; c d];
25 B=[Wt; 0];
26 CLreq=A\B;
27
28 KW=funCalcKW(dc,taper_w);
29 CLreq(1)=CLreq(1)/KW;
30
31 %wing
32 [Cl_w,Cd_w,aero_load_w]=funCalccoef(M,Sref,ARw,Sw_w,taper_w,t_c_w,GF_w, ✓
aero_twist,delta_alfa,CLreq(1));
33
34
35 %horizontal tail
36 for i=1:9
37     aero_twist_ht(i)=0; %u radijanima
38 end
39 aero_twist_ht(10)=aero_twist_ht(9);
40 aero_twist_ht(11)=aero_twist_ht(10);
41
42 %definiranje delta_alfa - konstrukcijsko uvijanje
43 delta_alfa_ht=0; % u radijanima
44
45 [Cl_ht,Cd_ht,aero_load_ht]=funCalccoef(M,Sht,ARht,Sw_ht,taper_ht,t_c_ht,GF_ht, ✓
aero_twist_ht,delta_alfa_ht,CLreq(2));
46
47 D = q*Cd_w*Sref+Nh*q*Cd_ht*Sht;
48 L = KW*q*Cl_w*Sref+Nh*q*Cl_ht*Sht;
49 aero_load_w=aero_load_w*KW*q*Sref;
50 aero_load_ht=aero_load_ht*Nh*q*Sht;
51 L_D = L/D;

```



```

1 function [Cl,Cd,aero_load]=funCalccoef(M,S,AR,Sw_le,taper,t_c,GF,aero_twist, ✓
delta_alfa,Clreq)
2
3 delta=atan(t_c);
4
5 Nmax=GF*9;
6
7 bta=sqrt(M^2-1);
8
9 %calculation of leading and trailling edge x coordinates as 1D array
10 Xle=funCalcXle(Nmax,bta,Sw_le);
11 Xte=funCalcXte(Nmax,bta,S,AR,taper,Sw_le);
12
13 %calculation of cordwise number of elements
14 Lmax=0;
15 for N=0:Nmax
16     if Xte(N+1)>=Lmax
17         Lmax=Xte(N+1);
18     end
19 end
20 Lmax=fix(Lmax)+1;
21
22 %calculation of influence function R as 2D array
23 R=funCalcR(Lmax,Nmax);
24
25 %calculation of weighing factor A,B,C as 2D array
26 A=zeros(Lmax+1,2*Nmax+1);
27 B=zeros(Lmax+1,2*Nmax+1);
28 C=zeros(Lmax+1,2*Nmax+1);
29
30 for L=1:Lmax+1
31     for i=1:2*Nmax+1
32         N=i-Nmax-1;
33         if (L-Xle(abs(N)+1)) <= 0
34             A(L,i)=0;
35         elseif (L-Xle(abs(N)+1)) >= 1
36             A(L,i)=1;
37         else A(L,i)=L-Xle(abs(N)+1);
38         end
39
40         if (L-Xte(abs(N)+1)) >= 1
41             B(L,i)=0;
42         elseif (L-Xte(abs(N)+1)) <= 0
43             B(L,i)=1;
44         else B(L,i)=1-(L-Xte(abs(N)+1));
45         end
46
47         if (N == Nmax) || (N == -Nmax)
48             C(L,i)=0.5;
49         else C(L,i)=1;
50         end
51     end
52 end
53
54 %calculation of weighing factor A*,B*,C* (defined as As,Bs,Cs) as 2D array

```

```

55 As=zeros(Lmax,Nmax+1);
56 Bs=zeros(Lmax,Nmax+1);
57 Cs=zeros(Lmax,Nmax+1);
58 Ds=zeros(Lmax,Nmax+1); %factor used only in aero_load calculations
59
60 for L=1:Lmax
61     for i=1:Nmax+1
62         N=i-1;
63         if (L-Xle(N+1)) <= 0
64             As(L,i)=0;
65         elseif (L-Xle(N+1)) >= 1
66             As(L,i)=1;
67         else As(L,i)=L-Xle(N+1)+0.5;
68         end
69
70         if (L-Xte(N+1)) >= 0
71             Bs(L,i)=0;
72         elseif (L-Xte(N+1)) <= -1
73             Bs(L,i)=1;
74         else Bs(L,i)=0.5-(L-Xte(N+1));
75         end
76
77         if (N == 0) || (N == Nmax)
78             Cs(L,i)=0.5;
79         else Cs(L,i)=1;
80         end
81
82         if (N~=0) && (N ~= Nmax) && (rem(N,GF)==0)
83             Ds(L,i)=0.5;
84         else Ds(L,i)=1;
85         end
86     end
87 end
88
89 %calculation of surface area S (defined as Scal) required for Cl,Cd ✓
calculation
90 Scal=0;
91 for i=1:Nmax+1
92     N=i-1;
93     for L=1+fix(Xle(N+1)):1+fix(Xte(N+1))
94         Scal=Scal+2/bta*As(L,i)*Bs(L,i)*Cs(L,i);
95     end
96 end
97
98 %proračun kuta alfa_twist koji uzima u obzir oba uvijanja
99 alfa_twist=funCalcalfa_twist(Nmax,delta_alfa,aero_twist,GF);
100
101 alfa_r=0.175;
102 for i=1:Nmax+1;
103     alfa(i)=alfa_twist(i)+alfa_r;
104 end
105
106 dz_dxUP=funCalcdz_dxUP(Nmax,Lmax,Xle,Xte,delta,alfa);
107 dz_dxDN=funCalcdz_dxDN(Nmax,Lmax,Xle,Xte,delta,alfa);
108

```

```
109 dCpUP=funCalcdCp(Nmax,Lmax,bta,dz_dxUP,A,B,C,Xle,R)/2;
110 dCpDN=funCalcdCp(Nmax,Lmax,bta,dz_dxDN,A,B,C,Xle,R)/2;
111
112 Cl=funCalcCl(Nmax,Xle,Xte,bta,Scalc,dCpUP,As,Bs,Cs)+...
113     funCalcCl(Nmax,Xle,Xte,bta,Scalc,dCpDN,As,Bs,Cs);
114
115 if bta*tan(pi/2-Sw_le)>1
116     grCl=4/bta;
117 else
118     k=sqrt(1-(bta*tan(pi/2-Sw_le))^2);
119     grCl=2*pi*tan(pi/2-Sw_le)/elipticki(k);
120 end
121
122 br=0;
123 while abs((Cl-Clreq)/Clreq)>0.01
124
125     alfa_r=alfa_r+(Clreq-Cl)/grCl;
126     for i=1:Nmax+1;
127         alfa(i)=alfa_twist(i)+alfa_r;
128     end
129     %calculation of local slope for each element as 2D array
130     dz_dxUP=funCalcdz_dxUP(Nmax,Lmax,Xle,Xte,delta,alfa);
131     dz_dxDN=funCalcdz_dxDN(Nmax,Lmax,Xle,Xte,delta,alfa);
132
133     dCpUP=funCalcdCp(Nmax,Lmax,bta,dz_dxUP,A,B,C,Xle,R)/2;
134     dCpDN=funCalcdCp(Nmax,Lmax,bta,dz_dxDN,A,B,C,Xle,R)/2;
135
136     Cl=funCalcCl(Nmax,Xle,Xte,bta,Scalc,dCpUP,As,Bs,Cs)+...
137         funCalcCl(Nmax,Xle,Xte,bta,Scalc,dCpDN,As,Bs,Cs);
138
139     br=br+1;
140
141 end
142
143 Cd=funCalcCd(Nmax,Xle,Xte,bta,Scalc,dCpUP,As,Bs,Cs,dz_dxUP)+...
144     funCalcCd(Nmax,Xle,Xte,bta,Scalc,dCpDN,As,Bs,Cs,dz_dxDN);
145
146 aero_load=funCalcaero_load(Nmax,GF,Xle,Xte,bta,Scalc,dCpUP+dCpDN,As,Bs,Cs,Ds);
```

```
1 function Cd=funCalcCd(Nmax,Xle,Xte,bta,Scalc,dCp,As,Bs,Cs,dz_dx)
2 % izračunava koeficijent otpora
3
4 Cd=0;
5 for N=0:Nmax
6     for L=1+fix(Xle(N+1)):1+fix(Xte(N+1))
7         Cd=Cd-2/(bta*Scalc)*(0.75*dCp(L,N+Nmax+1)+0.25*dCp(L+1,N+Nmax+1))*...
8             (0.75*dz_dx(L,N+Nmax+1)+0.25*dz_dx(L+1,N+Nmax+1))*...
9             As(L,N+1)*Bs(L,N+1)*Cs(L,N+1);
10    end
11 end
```

```
1 function Cl=funCalcCl(Nmax,Xle,Xte,bta,Scalc,dCp,As,Bs,Cs)
2 % izračunava koeficijent uzgona
3
4 Cl=0;
5 for N=0:Nmax
6     for L=1+fix(Xle(N+1)):1+fix(Xte(N+1))
7         Cl=Cl+2/(bta*Scalc)*(0.75*dCp(L,N+Nmax+1)+0.25*dCp(L+1,N+Nmax+1))*...
8             As(L,N+1)*Bs(L,N+1)*Cs(L,N+1);
9     end
10 end
```

```
1 function aero_load=funCalcaero_load(Nmax,GF,Xle,Xte,bta,Scalc,dCp,As,Bs,Cs,Ds)
2
3 for i=1:9
4     aero_load(i)=0;
5 end
6
7 for i=1:9
8     for N=i*GF-GF:i*GF
9         for L=1+fix(Xle(N+1)):1+fix(Xte(N+1))
10             aero_load(i)=aero_load(i)+2/(bta*Scalc)*(0.75*dCp(L,N+Nmax+1)+0. ✓
11             25*dCp(L+1,N+Nmax+1))*...
12             As(L,N+1)*Bs(L,N+1)*Cs(L,N+1)*Ds(L,N+1);
13         end
14     end
15 for i=1:9
16     aero_load(i)=aero_load(i)/2; %da bi dobili koeficijent samo za segment ✓
17     jednog polukrila a ne oba
18 end
```

```

1 function dCp=funCalcdCp(Nmax,Lmax,bta,dz_dx,A,B,C,Xle,R)
2 % izračunava distribuciju diferencijalog koeficijenta tlaka po krilu
3
4 dCp=zeros(Lmax+1,2*Nmax+1);
5
6 for i=1:2*Nmax+1
7     intdCp(i)=-4/bta*dz_dx(1,i);
8 end
9
10 %ticID2=tic;
11 for Ls=1:Lmax
12     for is=1:2*Nmax+1
13         Ns=is-Nmax-1;
14         if A(Ls,is)>0 && B(Ls,is)>0
15             dCp(Ls,is)=intdCp(is);
16             for i=is-1:is+1
17                 if i>=1 && i<=2*Nmax+1 && Ls>=2
18                     dCp(Ls,is)=dCp(Ls,is)+1/pi*R(2,abs(is-i)+1)*A(Ls-1,i)*B(Ls-1,i)*C(Ls-1,i)*dCp(Ls-1,i);
19                 end
20             end
21         end
22     end
23
24     for is=1:2*Nmax+1
25         Ns=is-Nmax-1;
26         if A(Ls+1,is)>0 && B(Ls,is)>0
27             dCp(Ls+1,is)=-4/bta*dz_dx(Ls+1,is);
28             for i=1:2*Nmax+1
29                 N=i-Nmax-1;
30                 for L=1+fix(Xle(abs(N)+1)):Ls+1-abs(Ns-N)
31                     dCp(Ls+1,is)=dCp(Ls+1,is)+1/pi*R(Ls+1-L+1,abs(Ns-N)+1)*A(L,i)*B(L,i)*C(L,i)*dCp(L,i);
32                 end
33             end
34             intdCp(is)=dCp(Ls+1,is);
35             for i=is-1:is+1
36                 if i>=1 && i<=2*Nmax+1
37                     intdCp(is)=intdCp(is)-1/pi*R(2,abs(is-i)+1)*A(Ls,i)*B(Ls,i)*C(Ls,i)*dCp(Ls,i);
38                 end
39             end
40         end
41     end
42
43     for is=1:2*Nmax+1
44         Ns=is-Nmax-1;
45         if A(Ls,is)>0
46             if Ls-Xle(abs(Ns)+1)<=1
47                 dCp(Ls,is)=0.5*(1+A(Ls,is)/(1+A(Ls,is)))*dCp(Ls,is)+...
48                 0.5*(A(Ls,is)/(1+A(Ls,is)))*dCp(Ls+1,is);
49             else
50                 dCp(Ls,is)=0.75*dCp(Ls,is)+ 0.25*dCp(Ls+1,is);
51             end
52         end

```

53       end

54

55 end

56



```
1 function dz_dxUP=funCalcdz_dxUP(Nmax,Lmax,Xle,Xte,delta,alfa)
2 % izračunava zakrivljenost dz_dx za gornjaku krila
3
4 dz_dxUP=zeros(Lmax+1,2*Nmax+1);
5 for i=1:2*Nmax+1
6     N=i-Nmax-1;
7     for L=1+fix(Xle(abs(N)+1)):1+fix(Xte(abs(N)+1))+1    %+1 za element iza ✓
zadnjeg elementa krila
8         if (Xle(abs(N)+1)+Xte(abs(N)+1))/2 > (L-0.5)
9             dz_dxUP(L,i)=delta-alfa(abs(N)+1);
10        else dz_dxUP(L,i)=-delta-alfa(abs(N)+1);
11        end
12    end
13 end
```

```
1 function dz_dxDN=funCalcdz_dxDN(Nmax,Lmax,Xle,Xte,delta,alfa)
2 % izračunava zakrivljenost dz_dx za donjaku krila
3
4 dz_dxDN=zeros(Lmax+1,2*Nmax+1);
5 for i=1:2*Nmax+1
6     N=i-Nmax-1;
7     for L=1+fix(Xle(abs(N)+1)):1+fix(Xte(abs(N)+1))+1
8         if (Xle(abs(N)+1)+Xte(abs(N)+1))/2 > (L-0.5)
9             dz_dxDN(L,i)=-delta-alfa(abs(N)+1);
10        else dz_dxDN(L,i)=delta-alfa(abs(N)+1);
11        end
12    end
13 end
```

```
1 function alfa_twist=funCalcalfa_twist(Nmax,delta_alfa,aero_twist,GF)
2 % izračunava kut uvijanja duž raspona krila kao zbroj konstrukcijskog i
3 % onog uslijed aerodinamičkog opterećenja
4
5 for i=1:Nmax+1;
6     alfa_twist(i)=0;
7 end
8 for i=1:Nmax+1;
9     N=i-1;
10    alfa_twist(i)=alfa_twist(i) + aero_twist(fix(N/GF)+1) + (N-fix(N/GF)*GF)*...
11        (aero_twist(fix(N/GF)+2)-aero_twist(fix(N/GF)+1))/GF;
12 end
13 for i=1:Nmax+1;
14    alfa_twist(i)=alfa_twist(i)+delta_alfa/Nmax*(i-1);
15 end
```

```
1 function [KW]= funCalcKW(dc, lmbd)
2 % izračunava koeficijent KW
3
4 KW=(1+0.41*dc)^2*(1+3*dc-dc*(1-dc)*lmbd)/(1+dc)^2;
```

```
1 function R=funCalcR(Lmax,Nmax)
2 % izračunava utjecajni faktor (influence faktor) R(L*-L,N*-N)
3
4 R=zeros(Lmax+1,2*Nmax+1);
5 for j=1:Lmax+1
6     deltaL=j-1;
7     for i=1:2*Nmax+1
8         deltaN=i-1;
9         if deltaN<=deltaL
10             R(j,i)=((deltaL+0.5)^2-(deltaN-0.5)^2)^0.5/((deltaL+0.5)*(deltaN-0.5))-✓
11             ...
12             ((deltaL+0.5)^2-(deltaN+0.5)^2)^0.5/((deltaL+0.5)*(deltaN+0.5));
13         end
14     end
15
16
17
```

```
1 function Xle=funCalcXle(Nmax,bta,Sw_le)
2 % izračunava x koordinatu napadnog ruba
3
4 for i=1:Nmax+1
5     N=i-1;
6     Xle(i)=N/(bta*cot(Sw_le));
7 end
```

```
1 function Xte=funCalcXte(Nmax,bta,S,AR,taper,Sw_le)
2 % izračunava x koordinatu izlaznog ruba
3
4 for i=1:Nmax+1
5     N=i-1;
6     b=sqrt(AR*S);
7     cr=2*S/((1+taper)*b);
8     Sw_te=atan(2/b*(taper*cr-cr+b/2*tan(Sw_le)));
9     xr=2*Nmax*cr/(b*bta);
10    Xte(i)=xr+abs(N)/(bta*cot(Sw_te));
11 end
```

```
1 function E=elipticki(k)
2 % vrijednosti elipticnog integrala po pet stupnjeva
3 Ea=[1.5708 1.5678 1.5589 1.5442 1.5238 1.4981 1.4675 1.4323 1.3931 1.3506 1.3055 ✓
1.2587 1.2111 1.1638 1.1184 1.0764 1.0401 1.0127 1.];
4 for i=1:19
5   alfas(i)=5*(i-1);
6   ki(i)=sin(alfas(i)/57.3);
7   Ei(i)=Ea(i);
8 end
9 E=spline(ki,Ei,k);
10
```